

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович  
Должность: ректор ФГБОУ ВО Вавиловский университет  
Дата подписания: 23.09.2024 09:25:36  
Уникальный программный ключ:  
528682d78e671e566107691fe1ba2172f735a12

Приложение 1

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**



**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Саратовский государственный аграрный университет  
имени Н.И. Вавилова»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

К / Камышова Г.Н./

«27» августа 2019 г.

## **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

Дисциплина	<b>Математический анализ и моделирование</b>
Направление подготовки	<b>19.03.03 Продукты питания животного происхождения</b>
Направленность (профиль)	<b>Технология мяса и мясных продуктов</b>
Квалификация выпускника	<b>Бакалавр</b>
Нормативный срок обучения	<b>4 года</b>
Форма обучения	<b>Заочная</b>
Кафедра-разработчик	<b>Математика, механика и инженерная графика</b>
Ведущий преподаватель	<b><i>Кириллова Т.В., доцент</i></b>
Разработчик(и): доцент,	<b><i>Кириллова Т.В.</i></b>

Кириллова Т.В.

(подпись)

**Саратов 2019**

## Содержание

1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП .....	3.
2	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания .....	5
3	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	9
4	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы их формирования .....	22

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

В результате изучения дисциплины «Математический анализ и моделирование» обучающиеся, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 19.03.03 Продукты питания животного происхождения, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12.03.2015 г. № 199, формируют следующие компетенции:

«Готовностью использовать математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований» (ПК-25)

Таблица 1

### Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины «Математический анализ и моделирование»

Компетенция		Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)	Этапы формирования компетенции в процессе освоения ОПОП (год)*	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
Код	Наименование				
1	2	3	4	5	6
ПК-25	Готовностью использовать математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований	<p><i>знает основные понятия и принципы математического моделирования;</i></p> <p><i>- основные методы и современное состояние теории математического моделирования;</i></p> <p><i>- область применимости методов математического моделирования.</i></p> <p><i>умеет: строить математические модели процессов производства продуктов питания, анализировать</i></p>	2	лекции/практические занятия	типовой расчет/контрольная работа/ тестовые задания/устный опрос

		<p><i>полученные результаты;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>- применять основные приемы математического моделирования при решении задач различной природы.</i></li> <li><i>-создавать модели, позволяющие исследовать и оптимизировать параметры производства продуктов питания, улучшить качество продукции и услуг.</i></li> <li><i>-анализировать технологические процессы производства продуктов питания как объект управления, производить стоимостную оценку основных производственных ресурсов предприятий питания.</i></li> <li><i>- разрабатывать методики проведения исследования свойств сырья, полуфабрикатов и готовой продукции питания, позволяющих создавать</i></li> </ul>			
--	--	--	--	--	--

		<i>информационно-измерительные комплексы для проведения экспресс контроля.</i>			
		<b>владеет:</b> <i>математическими, статистическими и количественными методами оптимизации параметров производства продуктов питания.</i>			

\*

Примечание:\*\*

Компетенция ПК-25– также формируется в ходе освоения дисциплин:  
 Математическое моделирование технологических процессов;  
 САПР в проектировании предприятий мясной отрасли;  
 Проектирование мясных продуктов заданного состава и свойств;  
 Производственная практика: научно-исследовательская работа;  
 Преддипломная практика;  
 Защита выпускной квалификационной работы, включая подготовку к процедуре защиты и процедуру защиты.

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Таблица 2

### **Перечень оценочных средств**

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	контрольная работа	средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по разделу или нескольким разделам	комплект контрольных заданий по вариантам
2	Типовой расчет	Средство проверки умений применять по-лученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине	Комплект заданий для выполнения типового расчет

		в целом.	
3	тестирование	метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств личности, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения обучающимися ряда специальных заданий	банк тестовых заданий
4	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины

Таблица 1

### Программа оценивания контролируемой дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
1.	Детерминированные математические модели	ПК-25	контрольная работа №1, типовой расчет №1, устный опрос
2.	Современные методы математического программирования	ПК-25	типовой расчет №2, тестирование, контрольная работа №2, устный опрос
3.	Моделирование систем массового обслуживания.	ПК-25	типовой расчет №3, контрольная работа №3, тестирование, устный опрос
4.	Построение регрессионных моделей.	ПК-25	типовой расчет №3, контрольная работа №3, тестирование, устный опрос

### Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине «Математический анализ и моделирование» на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции и, этапы освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		ниже порогового уровня (неудовлетворительно)	пороговый уровень (удовлетворительно)	продвинутый уровень (хорошо)	высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6



ПК-25–, 2 год	<p><b>знает:</b> основные элементы теории статистической проверки гипотез, регрессионного анализа, численных методов, методы математического программирования, классификацию способов представления моделей</p>	<p>обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале (Дифференциальные модели, методы математического программирования, регрессионные модели), не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки</p>	<p>обучающийся демонстрирует знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала</p>	<p>обучающийся демонстрирует знание материала, не допускает существенных неточностей</p>	<p>обучающийся демонстрирует знание материала (Дифференциальные модели, методы математического программирования, регрессионные модели), практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий</p>
	<p><b>умеет:</b> строить математические модели процессов производства продуктов питания, анализировать полученные результаты; - применять основные приемы математического</p>	<p>не умеет использовать методы и приемы математического моделирования допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу,</p>	<p>в целом успешное, но не системное умение оценить эффективность и результаты научной деятельности, используя современные методы и показатели оценки .</p>	<p>в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, умение формулировать математическую постановку задачи исследования, используя современные методы и показатели</p>	<p>сформированное умение (оценить эффективность и результаты научной деятельности, формулировать математическую постановку задачи исследования; выбирать и реа-</p>

	<p><i>моделирование при решении задач различной природы.</i></p> <p><i>-создавать модели, позволяющие исследовать и оптимизировать параметры производства продуктов питания, улучшить качество продукции и услуг.</i></p> <p><i>- анализировать технологические процессы производства продуктов питания как объект управления, производить стоимостную оценку основных производственных ресурсов предприятий питания.</i></p> <p><i>- разрабатывать методики проведения исследования свойств сырья, полуфабрикатов и готовой продукции питания, позволяющих создавать</i></p>	<p>большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено</p>		<p>такой оценки</p>	<p><i>лизировать методы ведения научных исследований ; анализировать и обобщать результаты исследований, доводить их до практической реализации), используя современные методы и показатели такой оценки</i></p>
--	---	---	--	---------------------	--



	<i>информационно-измерительные комплексы для проведения экспресс-контроля.</i>				
	<b>владеет навыками:</b> <i>математическими, статистическими и количественными методами оптимизации параметров производства продуктов питания.</i>	обучающийся не владеет навыками разработки математических моделей процессов, применения математического моделирования в технических предложениях производства), допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство предусмотренных программой дисциплины не выполнено	в целом успешное, но не системное владение навыками разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности, навыками применения математического моделирования в технических предложениях производства и в научных исследованиях	в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности, навыками применения математического моделирования в технических предложениях производства и в научных исследованиях	успешное и системное владение навыками разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности, навыками применения математического моделирования в технических предложениях производства и в научных исследованиях

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

## Тест № 1

### Часть I

№	Задание	Ответ
1	Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ вырождена при $\lambda$ , равном	1) -2 2) 2 3) 1 4) 6
2	Система $\begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ имеет единственное решение, если:	1) $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 2) $\begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ 3) $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \neq 0$ 4) $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$
3	Расстояние от точки $M(3;0;4)$ до начала координат равно	1) 5 2) $\sqrt{7}$ 3) 25 4) -5
4	Общим уравнением прямой на плоскости является	1) $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 2) $y + 2 = -\frac{2}{3}(x - 6)$ 3) $2x + 3y - 6 = 0$ 4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$
5	Точка разрыва функции $y = \frac{4}{x-2}$	1) 0 3) 3 +2) 2 4) 4
6	Производная функция $y = \sin(x^2 + 1)$ имеет вид	1) $-2x \cos(x^2 + 1)$ 3) $\cos(x^2 + 1)$ 2) $x \cos(x^2 + 1)$ 4) $2x \cos(x^2 + 1)$
7	Множество первообразных функции $f(x) = \sin 2x$ имеет вид	1) $-\frac{1}{2} \cos 2x + c$ 2) $2 \cos 2x + c$ 3) $2 \cos x + c$ 4) $\frac{1}{2} \cos 2x + c$
8	Укажите метод интегрирования $\int x * \sin x * dx$	1) непосредственное 2) метод замены переменной 3) метод интегрирования по частям 4) интегрирование рациональных дробей
9	Из рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ ; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$ сходятся	1) только а) и в) 2) только а) и б) 3) только а) 4) только в)
10	Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются	1) $\frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0$ $y = y^2 e^x$ 2) $x \frac{dy}{dx}$ 3) $y \frac{dy}{dx} - x^3 = 0$ 4) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$

11	Дано дифференциальное уравнение $xy' = 2y$ при $y(1)=1$ . Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид	1) $y=x^2$ 2) $y=x^{\frac{1}{2}}$ 3) $y=x^2 + 1$ 4) $y=-x$								
12	В урне находятся 1 белый и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара, но после первого вынимания шар возвращается в урну, и шары в урне перемешиваются. Тогда вероятность того, что оба шара белые, равна	1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{2}{9}$ 4) $\frac{1}{3}$								
13	В первом ящике 7 красных и 11 синих шаров, во втором- 5 красных и 9 синих. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он синий, равна	1) $\frac{11}{18} \cdot \frac{9}{14}$ 2) $\frac{11}{18} + \frac{9}{14}$ 3) $\frac{11+9}{18+14}$ 4) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{11}{18} + \frac{9}{14}\right)$								
14	Пусть X- дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей. <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>X</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>p</td><td>0,2</td><td>0,8</td></tr> </table> Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно	X	1	3	p	0,2	0,8	1) 2,5 2) 2,4 3) 2,6 4) 2,3		
X	1	3								
p	0,2	0,8								
15	Непрерывная случайная величина X распределена нормально, с плотностью $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x+3)^2}{2}}$ . Указать сумму значений математического ожидания и среднего квадратического отклонения.	1) 0 2) 1 3) -2 4) -3								
16	Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 60$ , представленная статистическим рядом <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td><math>x_i</math></td><td>4</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td><math>m_i</math></td><td>30</td><td>12</td><td>18</td></tr> </table> Найти точечную оценку генеральной средней арифметической по данной выборке	$x_i$	4	7	8	$m_i$	30	12	18	1)4; 2)5,8; 3) 19/60;4) 6; 5) 7.
$x_i$	4	7	8							
$m_i$	30	12	18							

## Часть II

В1. Вычислить определитель: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>-2</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td><td>-2</td></tr> </table>	1	0	2	-2	1	3	0	3	-2	В2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4}$
1	0	2								
-2	1	3								
0	3	-2								
В3. Найти область определения функции и в ответе указать сумму целых значений $x$ : $y = \sqrt{4 - x^2}$ .	В4. Вычислить $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$ .									

## Ответы на тест

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	1	4	1	3	2	4	1	3	1	2
	A11	A12	A13	A14	A15	A16	B1	B2	B3	B4
	1	1	4	3	3	2	23	2	0	2

### 3.2 Контрольные работы

*Цель контрольной работы:* углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов.

- Тематика контрольных работ устанавливается в соответствии с изученной темой.

- количество вариантов заданий – по теме используется 10 вариантов заданий.

#### Контрольная работа №1 «Детерминированные математические модели»

##### Вариант 1

**Задание 1.** Найти методом половинного деления корень уравнения  $\ln(8x) = 9x - 3$ , с точностью до 0,001.

**Задание 2.** Дано дифференциальное уравнение  $y' = -4y + \sin x$ ; с начальным условием  $y(0) = 2$ . Найти решение уравнения  $y(x)$  на интервале  $[a, b] = [0, 1]$  по методу Эйлера

**Задание 3.** Задавая различные значения плотностей популяций жертвы  $N_0$  и хищника  $M_0$ , коэффициентов  $\alpha_1, \beta_2, \delta_1, \delta_2$ , построить графики динамики численности популяций и траектории фазового портрета.

#### Контрольная работа №2 «Современные методы математического программирования»

##### Вариант 1

**Задание 1.** Построить двойственную задачу к данной задаче линейного программирования. Найти решение обеих задач. Использовать симплекс метод

$$\begin{aligned} \max z &= 7x_1 + 3x_2; \\ \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 4x_2 \leq 38, \end{cases} \\ x_1, x_2 &\geq 0, \end{aligned}$$

**Задание 2:** Найти условные экстремумы функций методом Лагранжа

$$z = 4x_1 + x_1^2 + 8x_2 + x_2^2 \text{ при условии } x_1 + x_2 = 180, x_1, x_2 \geq 0.$$

**Задание 3:** По указанным ниже данным о ресурсах  $a_i$ , потребностях  $b_j$  и матрицы коэффициентов затрат  $c$  составить математические модели и решить соответствующие транспортные задачи.

$$\begin{aligned} a_i &: 30, 70; \\ b_j &: 20, 40, 40; \\ c &= \begin{pmatrix} 2 & 9 & 6 \\ 5 & 4 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Задание 4:** По указанной матрице коэффициентов затрат составить математические модели и решить соответствующие задачи о назначениях методом ветвей и границ и венгерским методом.

$$c = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 2 \\ 5 & 4 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

### Контрольная работа №3

#### «Построение регрессионных моделей. Системы массового обслуживания»

#### Вариант 1

**Задание 1.** На сортировочную станцию прибывают составы с интенсивностью 0,9 состава в час. Среднее время обслуживания одного состава 0,7 часа. Определить показатели эффективности работы сортировочной станции: интенсивность потока обслуживаний, среднее число заявок в очереди, интенсивность нагрузки канала (трафик), вероятность, что канал свободен, вероятность, что канал занят, среднее число заявок в системе, среднее время пребывания заявки в очереди, среднее время пребывания заявки в системе.

**Задание 2.** Интенсивность потока пассажиров в кассах железнодорожного вокзала составляет  $\lambda = 1,35$  чел. в мин. Средняя продолжительность обслуживания кассиром одного пассажира  $\bar{T}_{об} = 2$  мин. Определить минимальное количество кассиров  $n = n_{min}$ , при котором очередь не будет расти до бесконечности, и соответствующие характеристики обслуживания при  $n = n_{min}$  (вероятность того, что в узле расчета отсутствуют покупатели, вероятность очереди, среднее число заявок находящихся в очереди, среднее время пребывания заявки в очереди, среднее число заявок, находящихся в системе, среднее время пребывания заявки в системе, доля занятых обслуживанием кассиров, абсолютная пропускную способность).

#### Задание 3

В табл. 1 приведены рейтинговые оценки студентов, обучающихся в трех группах одного потока (из каждой группы наугад выбрано по пять студентов). Значимо ли различие успеваемости студентов в разных группах?

Таблица 1

Таблица наблюдений  
(рейтинговые оценки студентов)

Номер группы	Номер студента				
	1	2	3	4	5
1	5,5	6,4	4,8	3,2	2,7
2	3,3	4,9	2,3	4,3	5,1
3	1,6	2,9	4,6	5,6	5,9

### 3.3 Типовой расчет

Цель типового расчета: углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов Тематика типового расчета определена в соответствии с изученной темой. (таблица 3).

Количество вариантов заданий – по теме используется 15 вариантов заданий (приведен один из вариантов).

## Типовой расчет №1.

### «Детерминированные математические модели»

Образец решения типового расчёта

#### Вариант 0

**Пример №1.** Найти экстремум функции:  $y=5x^2-4x+1$  методом дихотомии, если  $\varepsilon=0.1$ , а исходный интервал  $[0,10]$ .

**Решение.** Находим производную функции:  $y' = 10x-4$ . Найдем нули функции методом дихотомии:  $y'=0$ .

Поскольку  $F(0) \cdot F(10) < 0$  (т.е. значения функции на его концах имеют противоположные знаки), то корень лежит в пределах  $[0;10]$ .

Итерация 1.

Находим середину отрезка:  $c = (0 + 10)/2 = 5$

$$F(x) = 46$$

$$F(c) = -4$$

Поскольку  $F(c) \cdot F(a) < 0$ , то  $b=5$

Итерация 2.

Находим середину отрезка:  $c = (0 + 5)/2 = 2.5$

$$F(x) = 21$$

$$F(c) = 46$$

Поскольку  $F(c) \cdot F(a) < 0$ , то  $b=2.5$

Итерация 3.

Находим середину отрезка:  $c = (0 + 2.5)/2 = 1.25$

$$F(x) = 8.5$$

$$F(c) = 21$$

Поскольку  $F(c) \cdot F(a) < 0$ , то  $b=1.25$

Итерация 4.

Находим середину отрезка:  $c = (0 + 1.25)/2 = 0.625$

$$F(x) = 2.25$$

$$F(c) = 8.5$$

Поскольку  $F(c) \cdot F(a) < 0$ , то  $b=0.625$

Остальные расчеты сведем в таблицу.

N	c	a	b	f(c)	f(x)	$\varepsilon$
1	5	10	5	-4	46	5
2	2.5	5	2.5	46	21	2.5
3	1.25	2.5	1.25	21	8.5	1.25
4	0.625	1.25	0.625	8.5	2.25	0.625
5	0.3125	0.625	0.3125	2.25	-0.875	0.3125
6	0.4688	0.625	0.4688	-0.875	0.6875	0.1563

Таким образом, в качестве корня можно принять:

$$x=(0.3125+0.46875)/2 = 0.3906$$

$$\text{Ответ: } x=0.3906; F(x) = 0.6875$$

*Количество итераций, N = 6*

*Параметр сходимости.* Сходимость метода дихотомии линейная с коэффициентом  $\alpha = 0.5$ .

На отрезке  $[0,10]$  функция имеет экстремум  $x=0.3906$ .

**Пример №2** Решить задачу Коши

$y' = y^2 - x$ ,  $y(1) = 0$  на отрезке  $[1, 3]$  методом Эйлера с шагом  $h = 0.2$  и с шагом  $h = 0.1$ .

Изобразить решение графически. Оценить погрешность.

**Решение.**

Вычисления с шагом  $h = 0.2$ :

$$x_0 = 1, y_0 = 1, i = 0, 2, \dots, 9, x_{i+1} = 1. + 0.2(i + 1), y_{i+1} = y_i + 0.2 \cdot (y_i^2 - x_i)$$

Ниже приведены: таблица значений приближённого решения в узлах равномерной сетки с шагом  $h = 0.2$ , график приближённого решения и ломаная Эйлера.

$x_i$	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
$y_i$	0	-0.2	-0.432	-0.675	-0.904	-1.1	-1.258	-1.382	-1.48	-1.562	-1.634

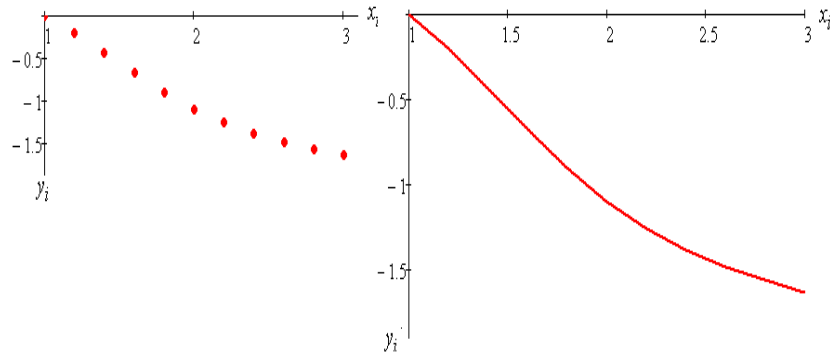


Рис. 1. График приближённого решения и ломаная Эйлера

Вычисления с шагом половинным  $h = 0.1$ :

$$x_0 = 1, y_0 = 1, i = 0, 2, \dots, 19, x_{i+1} = 1. + 0.1(i + 1), y_{i+1} = y_i + 0.1 \cdot (y_i^2 - x_i)$$

Ниже приведены: таблица значений приближённого решения в узлах равномерной сетки с половинным шагом  $h = 0.1$ , график приближённого решения и ломаная Эйлера.

$x_i$	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3
$y_i$	0	-0.1	-0.209	-0.325	-0.444	-0.564	-0.683	-0.796	-0.903	-1.001	-1.091	-1.172	-1.245	-1.31	-1.368	-1.421	-1.469	-1.513	-1.554	-1.593	-1.629

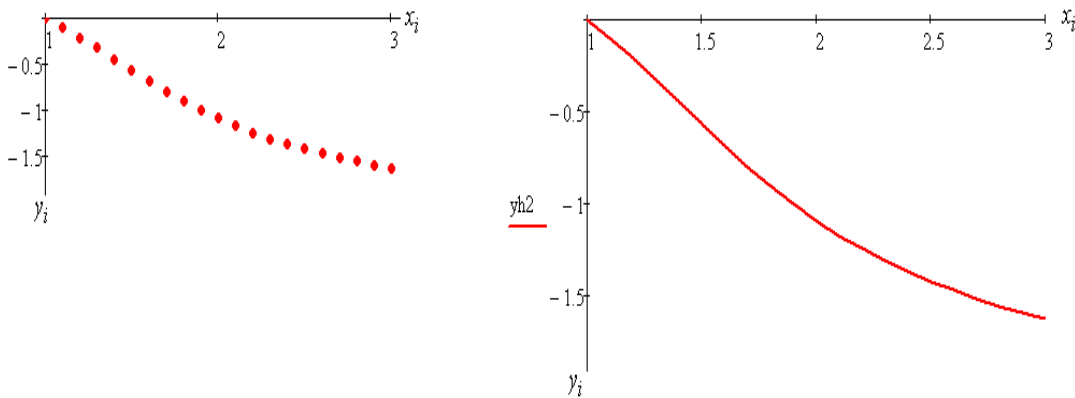


Рис. 2. График приближённого решения и ломаная Эйлера

Погрешность вычислений можно положить равной

$$\max_i |y_i^{(0.2)} - y_{2i}^{(0.1)}| = 0.014.$$

Ниже на рисунке изображены обе ломаные Эйлера.



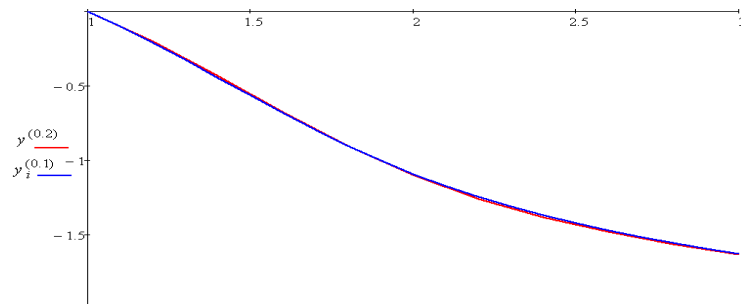


Рис. 3. Ломаная Эйлера

**Пример 3.** Предположим, караси и щуки живут в некотором изолированном пруду. Среда предоставляет карасям питание в неограниченном количестве, а щуки питаются лишь карасями. Обозначим  $M$  – число щук,  $N$  – число карасей. Зададим следующие параметры модели:

$\alpha_1$	$\beta_2$	$\delta_1$	$\delta_2$
0,1	0,06	0,004	0,00007

При помощи электронной таблицы Excel смоделировать динамику численности двух популяций.

**Решение.**

Уравнение Лотки – Вольтерра, или модель «хищник – жертва» имеет вид

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha_1 - \delta_1 M)N,$$

$$\frac{dM}{dt} = (\delta_2 N - \beta_2)M.$$

Решим систему уравнений модели методом Эйлера.

Ниже представлен фазовый портрет системы, по осям которого отложены численности жертв  $N$  и хищников  $M$  (рис. 4.4) и кинетика численности обоих видов – зависимость численности от времени (рис. 4.5).

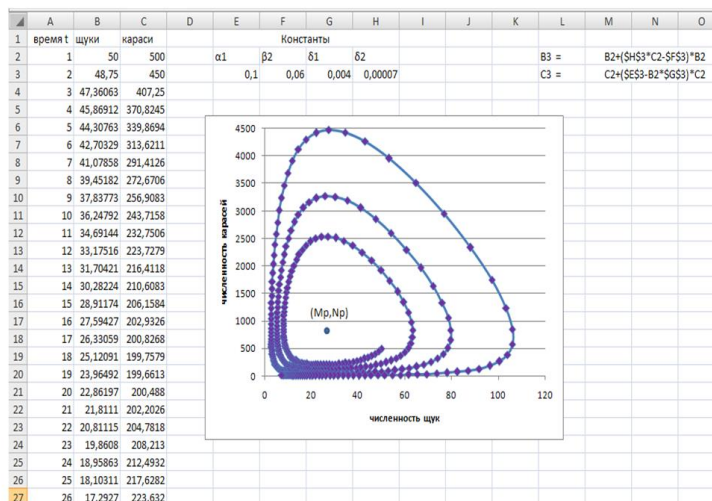


Рис. 4. Фазовый портрет системы

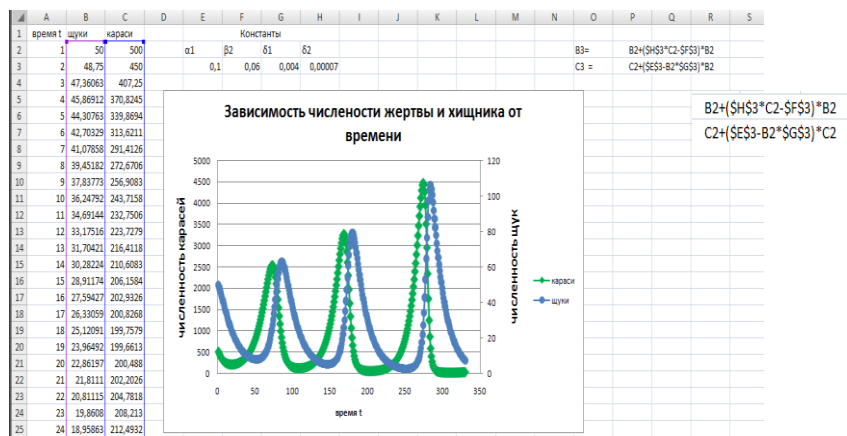


Рис. 5. Кинетика численности щук и карасей

Анализ линий уровня функции (см. рис. 4) показывает, что траектории представляют собой замкнутые линии, описанные вокруг точки покоя  $\xi_p = (M_p, N_p)$  и имеются периодические колебания численностей  $N(t)$  и  $M(t)$  (см. рис. 5).

### 3.4 Тестовые задания

По дисциплине «Математический анализ и моделирование» предусмотрено проведение письменного тестирования.

Цель тестирования: выявить уровень знаний обучающихся, оценить степень усвоения ими учебного курса, а также стимулировать активность их познавательной деятельности.

Письменное тестирование проводится после изучения определенного раздела дисциплины.

- результаты тестирования учитываются при проведении промежуточной аттестации. Банк тестовых заданий содержит 5 вариантов по 20 заданий.

Пример тестового задания.

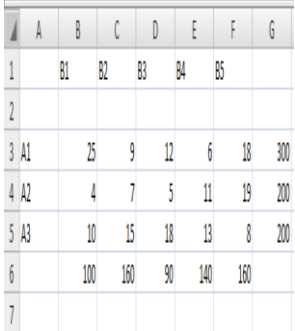
### ТЕСТ №1

#### по дисциплине «Математический анализ и моделирование»

А) Отметить номер правильного ответа в бланке ответов.

№	Задание	Ответ
1	Системой называют:	+1) упорядоченную совокупность целенаправленно взаимодействующих элементов. 2) упорядоченную совокупность нецеленаправленно взаимодействующих элементов. 3) неупорядоченную совокупность целенаправленно взаимодействующих элементов. 4) упорядоченную совокупность невзаимодействующих элементов
2	Эмерджентностью называют	1) степень упорядоченности отношений между элементами системы. 2) степень разветвленности взаимосвязей элементов системы. +3) проявление качественно новых свойств, не присущих отдельным элементам системы. 4) особый характер взаимосвязей между элементами системы.
3	Целостностью системы называют	1) степень упорядоченности отношений между элементами системы. +2) взаимодействие элементов в соответствии с общей целью ее функционирования

		<p>3) степень разветвленности взаимосвязей элементов системы.</p> <p>4) проявление качественно новых свойств, не присущих отдельным элементам системы.</p>
4	Моделью называют	<p>1) экземпляр из серии изделий массового производства.</p> <p>+2) устройство, воспроизводящее строение или действие другого устройства.</p> <p>3) электронную схему в виде полупроводникового кристалла.</p> <p>4) плату со сменными электронными компонентами.</p>
5	<p>Имеется следующая задача ЛП:</p> $z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_2 \leq 5 \\ 3x_1 \leq 21 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$ <p>Решением этой задачи является:</p>	<p>1) <math>x_{\max} = (3; 2);</math></p> <p>2) <math>x_{\max} = (6; 4);</math></p> <p>3) <math>x_{\max} = (1; 38);</math></p> <p>4) <math>x_{\max} = (3; 5);</math></p>
6	Математической моделью называют:	<p>1) воспроизведение процессов, происходящих в оригинале, путем искусственной имитации случайных величин, от которых зависят эти процессы.</p> <p>2) поиск наилучшего варианта решения задачи с точки зрения достижения намеченной цели</p> <p>3) описание явлений внешнего мира методами теории вероятностей и математической статистики</p> <p>+4) приближенное описание явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики.</p>
7	Остаточная дисперсия – это:	<p>1) +общая сумма квадратов отклонений расчетных значений от фактических, разделенная на число наблюдений.</p> <p>2) разность между показателями преломления для наибольшей и наименьшей длин волн</p> <p>3) мера рассеивания случайных величин, измеряемая квадратом отклонения от среднего значения.</p> <p>4) средний квадрат отклонений групповых средних от общей средней</p>
8	Детерминированной математической моделью называют:	<p>1) приближенное описание явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики.</p> <p>2) описание явлений внешнего мира методами теории вероятностей и математической статистики</p> <p>3) наилучший вариант решения задачи с точки зрения достижения намеченной цели</p> <p>+4) однозначное функциональное соответствие между входными и выходными параметрами</p>

9	Дифференциальными называют уравнения, связывающие:	1) искомые функции и их аргументы. +2) искомые функции и их производные. 3): искомые функции и их пределы. 4) искомые функции и их значения.
10	Имитационной математической моделью называют:	1) приближенное описание явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. +2) воспроизведение в модели процессов, происходящих в оригинале, путем машинной генерации случайных величин, от которых зависят эти процессы. 3) наилучший вариант решения задачи с точки зрения достижения намеченной цели 4) воспроизведение оригинала с сохранением его физической природы и геометрического подобия
11	Оптимизационной математической моделью называют:	1) приближенное описание явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. 2) воспроизведение в модели процессов, происходящих в оригинале, путем генерации случайных величин, от которых зависят эти процессы +3) наилучший вариант решения задачи с точки зрения достижения намеченной цели 4) воспроизведение оригинала с сохранением его физической природы и геометрического подобия
12	Компьютерные технологии - это:	1) Эффективные методы сборки персональных компьютеров 2) Эффективные методы разработки процессоров для компьютеров +3) Эффективные методы обработки информации на ЭВМ 4) Методы получения готовых изделий из некоторого сырья
13	Каково назначение кнопок на панели инструментов?	1) Восстановление размеров окна. +2) Быстрое выполнение команд горизонтального меню. 3) Вызов встроенной справочной службы. 4) Переключение между окнами на рабочем столе.
14	Представлен фрагмент электронной таблицы для решения открытой транспортной задачи.  Какие ограничения следует в диалоговое окно <b>Поиск решений</b> ?	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <math>B_{14} = B_{66}</math>  <math>G_{11} \leq G_{35}</math> </div> 1) <span style="float: right;">↑</span> <span style="float: right;">правильный ответ</span> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <math>B_{14} \geq B_{66}</math>  <math>G_{11} = G_{35}</math> </div> 2) <span style="float: right;">↑</span> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <math>B_{14} \leq B_{66}</math>  <math>G_{11} = G_{35}</math> </div> 3) <span style="float: right;">↑</span> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <math>B_{14} \leq B_{66}</math>  <math>G_{11} \leq G_{35}</math> </div> 4) <span style="float: right;">↑</span>
15	Чему равно решение	1) $x_{12} = x_{23} = x_{32} = 1$ . 2) $x_{22} = x_{13} = x_{32} = 1$ . +3) $x_{12} = x_{23} = x_{31} = 1$ .

	задачи о назначениях, имеющей следующую матрицу стоимостей? $C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 \\ 7 & 11 & 12 \end{pmatrix}$	4) $X_{13}=X_{23}=X_{31}=1$ . $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 21 \end{pmatrix}$
16	Адекватность математической модели и объекта это	1)+ правильность отображения в модели свойств объекта в той мере, которая необходима для достижения цели моделирования!! 2) Полнота отображения объекта моделирования 3) Количество информации об объекте, получаемое в процессе моделирования 4) Объективность результата моделирования
17	Погрешность математической модели связана с ...	1)+ Несоответствием физической реальности 2) Неадекватностью модели 3) Неэкономичностью модели 4) Неэффективностью модели

В) Ситуационные задачи:

1. Апельсины могут в течение короткого времени без ущерба выдержать отрицательные температуры. Предположим, что апельсин диаметром 0,1м [ $\rho = 940 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , $c = 3,8 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ , $\kappa = 0,47 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$ ] имеет начальную температуру $5^0$ С. Температура воздуха внезапно падает до $-5^0$ С. За какое время температура поверхности апельсина достигнет $0^0$ С, если $\bar{h}_c = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$	Ответ 1,062 ч																		
2. При закреплении транспортных средств за маршрутами определена матрица прибылей. $C = \begin{pmatrix} 13 & 10 & 9 & 12 \\ 7 & 11 & 9 & 5 \\ 12 & 13 & 15 & 10 \\ 9 & 14 & 10 & 8 \end{pmatrix}$ Найти план закрепления, максимизирующий суммарный эффект	План назначения: (1-4), (2-1), (3-3), (4-2), max Z $=C_{14} + C_{21} + C_{33} + C_{42}=48$																		
3. Для изучения антимикробного действия хлорида натрия получена зависимость активности в пищевых продуктах от концентрации NaCl. <table border="1"> <tr> <td>Концентрация хлорида натрия, %</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Активность воды</td> <td>0,99</td> <td>0,99</td> <td>0,98</td> <td>0,97</td> <td>0,93</td> <td>0,89</td> <td>0,83</td> <td>0,77</td> </tr> </table> Стандртная ошибка коэффициента $a_0$ линейной модели регрессии $y = a_1x + a_0$ равна	Концентрация хлорида натрия, %	0,5	1	3	5	10	15	20	25	Активность воды	0,99	0,99	0,98	0,97	0,93	0,89	0,83	0,77	1) 0,006174619 2) 0,000469236 3) 163,6161719 4) -18,7147825
Концентрация хлорида натрия, %	0,5	1	3	5	10	15	20	25											
Активность воды	0,99	0,99	0,98	0,97	0,93	0,89	0,83	0,77											

Тематика вопросов, выносимых на зачет

1. Понятие «математическая модель»

2. Модели и их классификация.
3. Сферы и практика применения математического моделирования.
4. Детерминированные математические модели.
5. Методы решения трансцендентных уравнений.
6. Дифференциальные модели
7. Методы решения дифференциальных уравнений. Метод Эйлера
8. Методы решения систем. Метод Эйлера.
9. Моделирование процессов теплопередачи. Уравнение Ньютона.
10. Равновесные состояния природных систем.
11. Модель Вольтерры-Лотки
12. Отделение корней алгебраических и трансцендентных уравнений;
13. Метод половинного деления (метод дихотомии);
14. Формулировка задачи Коши.
15. Геометрический смысл задачи Коши
16. Метод ломаных Эйлера
17. Формулы для реализации классического метода Эйлера
18. Формулы для реализации классического метода Эйлера – Коши.
19. Формулы для реализации решения системы двух дифференциальных уравнений методом Эйлера
20. Метод простых итераций;
21. Метод Ньютона (метод касательных);
22. Модифицированный метод Ньютона (метод секущих);
23. Метод хорд.
24. Задача о распределении ресурсов
25. Транспортная задача
26. Задача о назначениях.
27. Метод потенциалов .
28. Симплекс-метод.
29. Венгерский метод.
30. Нелинейные оптимизационные модели.
31. Метод множителей Лагранжа
32. Правила построения двойственной пары;
33. Геометрическая интерпретация двойственных задач.
34. Первая теорема двойственности;
35. Вторая теорема двойственности:
36. Соответствие между переменными в исходной и двойственной задачах.
37. Оценка подмножества множества допустимых решений задачи.
38. Оценки целевой функции.
39. Ветвление планов задачи.
40. Алгоритм метода ветвей и границ.
41. Моделирование систем массового обслуживания.
42. Системы массового обслуживания с отказами
43. Системы массового обслуживания с ожиданием
44. Прогнозирование на основе регрессионных моделей.
45. Линейные регрессионные модели.
46. Проверка адекватности регрессионных моделей. Критерий Фишера.
47. Метод наименьших квадратов Проверка адекватности регрессионных моделей. Критерий Фишера.
48. Доверительные интервалы и проверка гипотез для коэффициентов уравнения регрессии
49. Доверительный интервал для значений прогноза
50. Методы дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ
51. Методы дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями и без повторений.

52. Оценка влияния факторов на технологические процессы.
53. Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия  $\chi^2$
54. Построение критерияльной статистики .
53. Степень вершины графа.
54. Висячие вершины.
55. Смежные ребра.
56. Что такое сетевой график?
57. Что такое событие сетевого графика?
58. Какие события различают в сетевом графике?
59. Какие операции различают в сетевом графике?
60. Количественные параметры сетевого графика;
61. Что такое полный путь?
62. Что такое критический путь?
63. Что такое критическое время?
64. Формула для нахождения ожидаемых сроков свершения событий:
65. Формула для нахождения полного резерва времени.
66. Матрица инцидентий неориентированного графа;
67. Матрица инцидентий ориентированного графа;
68. Матрица смежности неориентированного графа;
69. Матрица смежности ориентированного графа;
70. Список ребер графа.
71. Деревья и леса
72. Описание деревьев.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **4.1 Критерии оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Контроль результатов обучения студентов, этапов и уровня формирования компетенций по дисциплине «Математический анализ и моделирование» осуществляется через проведение входного, текущего, рубежных, выходного контролей и контроля самостоятельной работы

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля и фонды контрольных заданий для текущего контроля разрабатываются кафедрой, исходя из специфики дисциплины, и утверждаются на заседании кафедры.

Компетенция сформирована на «отлично», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 86 % до 100 % от уровня сформированности компетенции.

Компетенция сформирована на «хорошо», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 74 % до 85 % от уровня сформированности компетенции.

Компетенция сформирована на «удовлетворительно», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 60 % до 73 % от уровня сформированности компетенции.

Если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками ниже 60 % от уровня сформированности компетенции, компетенция считается не сформированной.

##### **4.1.1. Критерии оценки устного ответа при текущем контроле и промежуточной аттестации**

При ответе на вопрос обучающийся демонстрирует:



**знания:** основные понятия и принципы математического моделирования;

- основные методы и современное состояние теории математического моделирования;

- область применимости методов математического моделирования.

**умения:** *строить математические модели процессов производства продуктов питания, анализировать полученные результаты;*

**владение навыками:** применения математических знаний и методов при решении практических задач и интерпретировать получаемые результаты.

### Критерии оценки

<b>отлично</b>	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none"><li>- знание материала (Дифференци-альные модели, методы математического программирования, регрессионные модели), практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий</li><li>- сформированное умение (оценить эффективность и результаты научной деятельности, формулировать математическую постановку задачи исследования; выбирать и реализовывать методы ведения научных исследований; анализировать и обобщать результаты исследований, доводить их до практической реализации), используя современные методы и показатели такой оценки</li><li>- успешное и системное владение навыками разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности, навыками применения математического моделирования в технических предложениях производства и в научных исследованиях)</li></ul>
<b>хорошо</b>	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none"><li>- знание материала, не допускает существенных неточностей</li><li>- в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, умение формулировать математическую постановку задачи исследования, используя современные методы и показатели такой оценки</li><li>- в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности, навыками применения математического моделирования в технических предложениях производства и в научных исследованиях</li></ul>
<b>удовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none"><li>- знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала;</li><li>- в целом успешное, но не системное умение <i>строить математические модели процессов производства продуктов питания, анализировать полученные результаты;</i></li><li>- , используя современные методы и показатели оценки (</li><li>- в целом успешное, но не системное владение навыками чтения и оценки данных / результатов / документов / сведений / информации (указываются конкретные данные / результаты / документы / сведения / информация в зависимости от специфики дисциплины)</li></ul>

<b>неудовлетворительно</b>	<p>обучающийся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале (Дифференциальные модели, методы математического программирования, регрессионные модели), не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки</li> <li>– не умеет использовать методы и приемы математического моделирования допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не</li> <li>– не владеет навыками разработки математических моделей процессов, применения математического моделирования в технических предложениях производства), допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство предусмотренных программой дисциплины не выполнено</li> </ul>
----------------------------	--

#### 4.1.2. Критерии оценки выполнения контрольных работ

При выполнении контрольных работ обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала по изученной теме или разделу;

**умения:** применять теоретический материал для решения учебных задач;

**владение навыками:** применения статистических методов обработки информации для решения прикладных задач.

#### Критерии оценки выполнения контрольных работ

<b>отлично</b>	<p>обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– полностью выполненную работу; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);</li> </ul>
<b>хорошо</b>	<p>обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).</li> </ul>
<b>удовлетворительно</b>	<p>обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями.</li> </ul>
<b>неудовлетворительно</b>	<p>Обучающийся демонстрирует::</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.</li> </ul>

### 4.1.3. Критерии оценки выполнения типовых расчетов

При выполнении типовых расчетов обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала по изученной теме или разделу;

**умения:** применять теоретический материал для решения учебных задач;

**владение навыками:** применения статистических методов обработки информации для решения прикладных задач.

#### Критерии оценки выполнения типовых расчетов

<b>отлично</b>	обучающийся демонстрирует: – полностью выполненную работу; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);
<b>хорошо</b>	обучающийся демонстрирует: – полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).
<b>удовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: – работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями.
<b>неудовлетворительно</b>	обучающийся: – допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### 4.1.4. Критерии оценки выполнения тестовых заданий


При выполнении тестовых заданий обучающийся демонстрирует:

**знания:** основных математических понятий и методов изучаемой темы или раздела.

#### Критерии оценки выполнения тестовых заданий

<b>отлично</b>	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее чем 85 % тестовых заданий;
<b>хорошо</b>	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее чем 70 % тестовых заданий;
<b>удовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее 51 % тестовых заданий;
<b>неудовлетворительно</b>	обучающийся: – правильность ответов менее чем на 50 % тестовых заданий.

**Разработчик(и): доцент Кириллова Т.В.**

  
\_\_\_\_\_  
(ПОДПИСЬ)