

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:

ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович
Должность: ректор ФГБОУ ВО Вавиловский университет
Дата подписания: 18.09.2025 13:57:20
Уникальный программный код:
528682d78ee71e566a2074031e1ba212f735a12



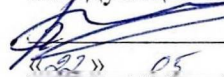
Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный университет генетики,
биотехнологии и инженерии имени Н.И. Вавилова»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 / Буйлов В.Н.
«22» 05 2024 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Дисциплина	Высшая математика
Специальность	06.05.01 БИОИНЖЕНЕРИЯ И БИОИНФОРМАТИКА
Направленность (профиль)	Генетика и селекция сельскохозяйственных животных
Квалификация выпускника	Биоинженер и биоинформатик
Нормативный срок обучения	5 лет
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Общеобразовательные дисциплины
Ведущий преподаватель	Кочегарова О.С., доцент

Разработчик(и): доцент, Кочегарова О.С.


(подпись)

Саратов 2024

Содержание

1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП	3
2	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
3	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	7
4	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы их формирования	33

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

В результате изучения дисциплины «Высшая математика» обучающиеся, в соответствии с ФГОС ВО по специальности 06.05.01 Биотехнология и биоинформатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12.08.2020 г. №973, формируют следующие компетенции, указанные в таблице 1.

Таблица 1

Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины «Высшая математика»

Компетенция		Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)	Этапы формирования компетенции в процессе освоения ОПОП (семестр)*	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
Код	Наименование				
1	2	3	4	5	6
ОПК-2	Способен использовать специализированные знания фундаментальных разделов математики, физики, химии и биологии для проведения исследований в области биотехнологии, биоинформатики и смежных дисциплин (модулей)	знает: основные законы математики: линейной алгебры и векторной; аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; начала математического анализа; умеет: производить расчеты по известному алгоритму; задавать вопросы по изученным темам; сравнивать по аналогии алгоритмы решения практических задач владеет повторением стандартной процедуры решения типовых математических задач по изученным темам;	1	Лекции, практические занятия, самостоятельная работа	Контрольные работы 1-11 Самостоятельные работы 1-6

		<i>использованием полученных знаний к изучению следующих дисциплин курса</i>			
--	--	--	--	--	--

Компетенция **ОПК-2** – также формируется в ходе освоения дисциплин: Теория вероятности и математическая статистика, Генетика животных, Молекулярно-генетические методы исследований в животноводстве, Цифровые технологии и программирование, Математическое и компьютерное моделирование, Биоинформатика в селекции с.-х. животных, Биоинформационный анализ молекулярно-генетических данных, Базы данных генетической и геномной информации для селекции с.-х. животных, Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2

Перечень оценочных средств*

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ОМ
1	контрольная работа	средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по разделу или нескольким разделам	контрольные работы по вариантам
2	тестирование	метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств личности, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения обучающимися ряда специальных заданий	банк тестовых заданий
3	самостоятельная работа	самостоятельная работа обучающегося – это такая его деятельность, которую он выполняет без непосредственного участия преподавателя, но по его заданию и под его наблюдением. Обучающийся, обладающий навыками самостоятельной работы, активнее и глубже усваивает учебный материал, оказывается лучше подготовленным к творческому труду, к самообразованию и продолжению учебы.	Самостоятельные работы по вариантам
4	устный опрос	метод контроля, позволяющий не только опрашивать и контролировать знания обучающихся, но и сразу же поправлять, повторять и	банк вопросов

		закреплять знания, умения и навыки.	
--	--	-------------------------------------	--

Программа оценивания контролируемой дисциплины «Высшая математика»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
1	Линейная алгебра	ОПК-2	Контрольная работа №1 Самостоятельная работа №1
2	Векторная алгебра	ОПК-2	Контрольная работа №2 Самостоятельная работа №2
3	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК-2	Контрольная работа №4 Самостоятельная работа №3
4	Введение в анализ	ОПК-2	Контрольная работа № 5, 6, 7 Самостоятельная работа №4
5	Дифференциальное исчисление	ОПК-2	Контрольная работа № 8, 9 Самостоятельная работа №5
6	Интегральное исчисление	ОПК-2	Контрольная работа № 10 Самостоятельная работа №6

Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине «Высшая математика» на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции, этапы освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		ниже порогового уровня (неудовлетворительно)	пороговый уровень (удовлетворительно)	продвинутый уровень (хорошо)	высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6
ОПК -2 1 семестр	<i>знает о способах и методах самообразования в рамках дисциплины Высшая математика</i>	обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в понятиях и методах линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки	обучающийся демонстрирует знание только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала	обучающийся демонстрирует знание материала, допускает существенных неточностей	обучающийся демонстрирует знание основных понятий и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении

					заданий
	умеет: <i>использовать математический аппарат для самообразования</i>	не умеет использовать методы и приемы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено	в целом успешное, но не системное умение применять приемы и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач	в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение применять приемы и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач	сформированное умение применять понятия и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач
	владеет навыками: <i>реализации полученных знаний и умений для самообразования</i>	обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов при решении прикладных задач, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий предусмотренных программой дисциплины не выполнено	в целом успешное, но не системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач	в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач	успешное и системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1 Контрольные работы

Тематика контрольных работ устанавливается в соответствии с тематикой пройденного лекционного курса.

Количество вариантов для каждого задания – 20.

Контрольная работа №1

1. В задачах 1.1- 1.20 решить заданную систему линейных уравнений:

- пользуясь формулами Крамера;
- методом Гаусса;
- матричным методом;

$$1.1 \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.2 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$1.3 \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.4 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$1.5 \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

$$1.6 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.7 \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$1.8 \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

$$1.9 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$1.10 \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$$

$$1.11 \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$1.12 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_1 + 7x_3 = 17 \end{cases}$$

$$1.13 \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.14 \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

$$1.15 \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$1.16 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.17 \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

$$1.18 \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.19 \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.20 \begin{cases} 11x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Контрольная работа №2

2. В задачах 2.1- 2.20 даны координаты точек A, B, C . Требуется:

- 1) записать векторы $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ в системе орт $\overline{i}, \overline{j}$ и найти длины этих векторов;
- 2) найти орт вектора $\overline{AB}$;
- 3) изобразить векторы $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ в координатной плоскости xOy ;
- 4) найти вектора $\overline{d}_1 = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$ и $\overline{d}_2 = 2\overline{AB} + 3\overline{AC}$ аналитически и геометрически.

2.1	$A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10)$	2.11	$A(4; 0), B(7; 4), C(8; 2)$
2.2	$A(-5; 7), B(7; -2), C(11; 20)$	2.12	$A(-2; 7), B(10; -2), C(8; 12)$
2.3	$A(3; -1), B(7; 1), C(4; -2)$	2.13	$A(-6; 8), B(6; -1), C(4; 13)$
2.4	$A(-12; -1), B(0; -10), C(4; 12)$	2.14	$A(0; 2), B(3; 6), C(4; 4)$
2.5	$A(-10; 3), B(2; 0), C(6; 22)$	2.15	$A(-10; 5), B(2; -4), C(0; 10)$
2.6	$A(0; 0), B(3; 4), C(4; 2)$	2.16	$A(-4; 12), B(8; 3), C(6; 17)$
2.7	$A(-9; 6), B(3; -3), C(7; 19)$	2.17	$A(-3; 10), B(9; 1), C(7; 15)$
2.8	$A(3; -3), B(6; 1), C(7; -1)$	2.18	$A(4; -3), B(7; 1), C(8; -1)$
2.9	$A(1; 0), B(13; -9), C(17; 13)$	2.19	$A(2; -2), B(5; 2), C(6; 0)$
2.10	$A(0; 2), B(12; -7), C(16; 15)$	2.20	$A(-1; 1), B(2; 5), C(3; 3)$

Контрольная работа №3

1. В задачах 4.1- 4.20 даны координаты вершин треугольника ABC . Найти:

- длину стороны AB ;
- уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- угол B в радианах;
- уравнение медианы AE ;
- уравнение и длину высоты CD ;
- уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр;
- уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB , и точку ее пересечения с высотой CD ;
- систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC .

4.1	$A(1; -1)$	$B(4; 3)$	$C(5; 1)$
4.2	$A(0; -1)$	$B(3; 3)$	$C(4; 1)$
4.3	$A(1; -2)$	$B(4; 2)$	$C(5; 0)$

4.4	A(2;-2)	B(5;2)	C(6;0)
4.5	A(0;0)	B(3;4)	C(4;2)
4.6	A(0;1)	B(3;5)	C(4;3)
4.7	A(3;-2)	B(6;2)	C(7;0)
4.8	A(3;-3)	B(6;1)	C(7;-1)
4.9	A(-1;1)	B(2;5)	C(3;3)
4.10	A(4;0)	B(7;4)	C(8;2)
4.11	A(2;2)	B(5;6)	C(6;4)
4.12	A(4;-2)	B(7;2)	C(8;0)
4.13	A(0;2)	B(3;6)	C(4;4)
4.14	A(4;1)	B(7;5)	C(8;3)
4.15	A(3;2)	B(6;6)	C(7;4)
4.16	A(-2;1)	B(1;5)	C(2;3)
4.17	A(4;-3)	B(7;1)	C(8;-1)
4.18	A(-2;2)	B(1;6)	C(2;4)
4.19	A(5;0)	B(8;4)	C(9;2)
4.20	A(2;3)	B(5;7)	C(6;5)

Контрольная работа №4

2. В задачах 5.1-5.20 определить вид кривой линии:

$$5.1 \quad 3x^2 - 6x - 4y^2 + 8y - 13 = 0$$

$$5.11 \quad 3x^2 - 6x + 4y^2 - 8y - 5 = 0$$

$$5.2 \quad 4x^2 - 8x - 3y^2 + 6y - 11 = 0$$

$$5.12 \quad 4x^2 - 8x + 3y^2 - 6y - 5 = 0$$

$$5.3 \quad 9x^2 + 18x - 4y^2 + 8y - 31 = 0$$

$$5.13 \quad 9x^2 + 18x + 4y^2 - 8y - 23 = 0$$

$$5.4 \quad 4x^2 + 8x - 9y^2 + 18y - 41 = 0$$

$$5.14 \quad 4x^2 + 8x + 9y^2 - 18y - 23 = 0$$

$$5.5 \quad 9x^2 + 25y^2 + 100y - 189 = 0$$

$$5.15 \quad 9x^2 - 25y^2 - 100y - 289 = 0$$

$$5.6 \quad 25x^2 - 100x + 9y^2 + 36y - 89 = 0$$

$$5.16 \quad 25x^2 - 100x - 9y^2 - 161 = 0$$

$$5.7 \quad 4x^2 + 24x + y^2 - 6y + 41 = 0$$

$$5.17 \quad 4x^2 + 24x - y^2 + 6y - 36 = 0$$

$$5.8 \quad x^2 + 6x - 4y^2 + 24y - 31 = 0$$

$$5.18 \quad x^2 + 6x + 4y^2 - 24y + 41 = 0$$

$$5.9 \quad x^2 - 10x - y^2 - 8y + 5 = 0$$

$$5.19 \quad x^2 - 10x + y^2 + 8y + 37 = 0$$

$$5.10 \quad x^2 - 10x - y^2 - 8y = 0$$

$$5.20 \quad x^2 - 10x + y^2 + 8y + 32 = 0$$

Контрольная работа №5

1. В заданиях 6.1 – 6.20 найти указанные пределы:

$$6.1 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$a) x_0 = 1, \quad b) x_0 = 2, \quad c) x_0 = \infty.$$

- 6.2 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 10}{7x - x^2 - 10}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = 2$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.3 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = 5$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.4 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = -1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.5 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6}$; a) $x_0 = 2$, b) $x_0 = 3$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.6 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = 4$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.7 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = -2$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.8 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3}$; a) $x_0 = 2$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.9 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = -3$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.10 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1}$; a) $x_0 = 2$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.11 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = 2$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.12 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$; a) $x_0 = 2$, b) $x_0 = -1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.13 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x - 3x^2}$; a) $x_0 = -1$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.14 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3x + 5}$; a) $x_0 = -2$, b) $x_0 = -1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.15 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2}$; a) $x_0 = -1$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.16 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 4}{4x - x^{2-3}}$; a) $x_0 = -1$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.17 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14}$; a) $x_0 = 2$, b) $x_0 = -2$, c) $x_0 = \infty$.
- 6.18 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$; a) $x_0 = 1$, b) $x_0 = 2$, c) $x_0 = \infty$.

$$6.19 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{3x^2 + x - 2};$$

$$\text{a) } x_0 = -2, \quad \text{b) } x_0 = -1, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

$$6.20 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2};$$

$$\text{a) } x_0 = 1, \quad \text{b) } x_0 = 2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

Контрольная работа №6

В заданиях 7.1 – 7.20 найти указанные пределы.

$$7.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1}.$$

$$7.11 \quad \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$7.2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$7.12 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}.$$

$$7.3 \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 12} - \sqrt{4 - x}}{x^2 + 2x - 8}.$$

$$7.13 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 12} - 3}{2x^2 - x - 21}.$$

$$7.4 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2 - x} - \sqrt{x + 6}}{x^2 - x - 6}.$$

$$7.14 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{x + 4}}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$7.5 \quad \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$7.15 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}.$$

$$7.6 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}.$$

$$7.16 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{\sqrt[7]{x}}.$$

$$7.7 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.17 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3 + x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.8 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.18 \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$7.9 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$7.19 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x + 5} - 5}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$7.10 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$7.20 \quad \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{36x} - 6}{2x^2 - 5x - 42}.$$

Контрольная работа №7

8. В заданиях 8.1 – 8.20 найти указанные пределы, используя первый замечательный предел:

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{4x}.$$

$$8.11 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\sin^2 2x}.$$

$$8.2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{4x}.$$

$$8.12 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \operatorname{tg} 3x}{x^2}.$$

$$8.3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$8.13 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos 5x}{\sin 3x}.$$

$$8.4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{tg} 4x}{\sin^2 6x}.$$

$$8.14 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \operatorname{tg} 4x}{x^2}.$$

$$8.5 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$8.6 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} 2x}{\sin^2 3x}.$$

$$8.7 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$8.7 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{tg} 4x}{\sin^2 6x}.$$

$$8.9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$8.10 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$8.15 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 7x}{\sin 2x}.$$

$$8.16 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \operatorname{tg} 2x}{x^2}.$$

$$8.17 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cos 8x}{\sin 10x}.$$

$$8.18 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \operatorname{tg} 3x}{x^2}.$$

$$8.19 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 5x}{\sin 8x}.$$

$$8.20 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x \operatorname{tg} 2x}{x^2}.$$

Контрольная работа №8

9. В заданиях 9.1 - 9.20 продифференцировать указанные функции, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

$$9.1 \quad \text{а)} \quad y = \ln(\operatorname{arctg} 2x),$$

$$\text{в)} \quad y = (3x - 4 \cdot \sqrt[3]{x+2})^4,$$

$$\text{д)} \quad y = (\operatorname{arctg} 3x)^{\ln(\operatorname{arctg} x)}.$$

$$\text{б)} \quad y = \cos(3x) \cdot e^{\sin x},$$

$$\text{г)} \quad y = \frac{4x + 7 \operatorname{tg} x}{\sqrt{1+9x^2}},$$

$$9.2 \quad \text{а)} \quad y = \cos(\ln 5x),$$

$$\text{в)} \quad y = (3x^2 - 2 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 1)^2,$$

$$\text{д)} \quad y = x^{e^{\sin x}}.$$

$$\text{б)} \quad y = 2^{3x} \cdot \operatorname{tg} 2x,$$

$$\text{г)} \quad y = \frac{\arcsin 3x}{1-8x^2},$$

$$9.3 \quad \text{а)} \quad y = \cos \sqrt{x^2 + 3},$$

$$\text{в)} \quad y = (4x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4)^3,$$

$$\text{д)} \quad y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\cos x)}.$$

$$\text{б)} \quad y = 2^{\operatorname{tg} x} \cdot \ln 2x,$$

$$\text{г)} \quad y = \frac{\arcsin 7x}{x^4 + e^x},$$

$$9.4 \quad \text{а)} \quad y = \arcsin(\ln 4x),$$

$$\text{в)} \quad y = (x^5 - \sqrt[3]{x} + 1)^5,$$

$$\text{д)} \quad y = (\sin 4x)^{e^{5x}}.$$

$$\text{б)} \quad y = 2^{8x} \cdot \operatorname{tg} 3x,$$

$$\text{г)} \quad y = \frac{\sqrt{1-4x^2}}{2^x + \operatorname{tg} x},$$

$$9.5 \quad \text{а)} \quad y = \sin(\ln 5x),$$

$$\text{в)} \quad y = (6x^2 - \frac{2}{x^4} + 5)^2,$$

$$\text{б)} \quad y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \sin 4x,$$

$$\text{г)} \quad y = \frac{\cos 3x}{\sqrt{3x^2 + 4}},$$

$$\text{д) } y = (\ln x)^{x^3}.$$

$$9.6 \quad \text{а) } y = \ln(\sin 6x),$$

$$\text{в) } y = (x^3 - 4 \cdot \sqrt[4]{x^3} + 2)^3,$$

$$\text{д) } y = (\arcsin x)^{e^x}.$$

$$9.7 \quad \text{а) } y = \sin(\ln 2x),$$

$$\text{в) } y = (x^{2y} - 2 \cdot \sqrt[5]{x} + 4)^4,$$

$$\text{д) } y = (3x)^{\arcsin 9x}.$$

$$9.8 \quad \text{а) } y = \ln(\cos 5x),$$

$$\text{в) } y = (x^4 + 2 \cdot \sqrt[3]{x} + 1)^2,$$

$$\text{д) } y = (\operatorname{ctg} 3x)^{e^{2x}}.$$

$$9.9 \quad \text{а) } y = \arcsin(\ln 2x),$$

$$\text{в) } y = (3x^5 + \frac{1}{x^4} + 7)^3,$$

$$\text{д) } y = x^{e^{\operatorname{tg} x}}.$$

$$9.10 \quad \text{а) } y = \ln(\cos 7x),$$

$$\text{в) } y = (2x^4 - 3 \cdot \sqrt[3]{x} - 1)^4,$$

$$\text{д) } y = (\operatorname{tg} x)^{e^{4x}}.$$

$$9.11 \quad \text{а) } y = \operatorname{arctg}(\ln 8x),$$

$$\text{в) } y = (3x^5 + 2 \cdot \sqrt[4]{x} - 8)^5,$$

$$\text{д) } y = (\sin x)^{\ln(\cos x)}.$$

$$9.12 \quad \text{а) } y = \ln(\arcsin 3x),$$

$$\text{в) } y = (x^3 - \frac{3}{x^2} + 4)^2,$$

$$\text{д) } y = x^{e^{\cos x}}.$$

$$9.13 \quad \text{а) } y = \operatorname{arctg}(\ln 5x),$$

$$\text{в) } y = (5x^2 - 3 \cdot \sqrt[5]{x^2} - 2)^3,$$

$$\text{д) } y = (x + 4)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$9.14 \quad \text{а) } y = \ln(\cos 4x),$$

$$\text{б) } y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin(x^2),$$

$$\text{г) } y = \frac{\operatorname{arctg} 7x}{2 - 9x^2},$$

$$\text{б) } y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \cos 6x,$$

$$\text{г) } y = \frac{x^3 + e^x}{\sqrt{4 - 9x^3}},$$

$$\text{б) } y = e^{\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x,$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{3 - 5x^3}}{e^x - \operatorname{ctg} x},$$

$$\text{б) } y = e^{x^3} \cdot \operatorname{tg} 7x,$$

$$\text{г) } y = \frac{x^4 + \operatorname{tg} x}{\sqrt{4x^2 + 7}},$$

$$\text{б) } y = 2^{\sin x} \cdot \arcsin 2x,$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{2 - x^2}}{\cos 2x},$$

$$\text{б) } y = e^{\arcsin x} \cdot \operatorname{ctg} 3x,$$

$$\text{г) } y = \frac{\operatorname{ctg} x - \cos x}{\sqrt{5x^2 + 1}},$$

$$\text{б) } y = 5^{\operatorname{arctg} x} \cdot \sin 4x,$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{2 - 3x^5}}{\sin 2x},$$

$$\text{б) } y = e^{x^4} \cdot \arcsin 2x,$$

$$\text{г) } y = \frac{2^x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{4 + 2x^3}},$$

$$\text{б) } y = 4^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arctg} 3x,$$

$$\text{в)} y = (4x^4 - 3 \cdot \sqrt[3]{x} + 2)^3,$$

$$\text{д)} y = (\operatorname{ctgx})^{\ln x^3}.$$

$$9.15 \quad \text{а)} y = \operatorname{arctg}(\ln 7x),$$

$$\text{в)} y = (2x^3 - \frac{4}{x^4} + 1)^2,$$

$$\text{д)} y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x}.$$

$$9.16 \quad \text{а)} y = \ln(\sin 7x),$$

$$\text{в)} y = (e^x - \cos 3x + 1)^6,$$

$$\text{д)} y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctgx}}.$$

$$9.17 \quad \text{а)} y = \operatorname{arctg}(\ln 5x),$$

$$\text{в)} y = (2^{\sin x} - \frac{4}{x-1} + 5)^8,$$

$$\text{д)} y = (\sin x)^{\frac{5x}{2}}.$$

$$9.18 \quad \text{а)} y = \ln(\arcsin 2x),$$

$$\text{в)} y = (e^{\sin x} - \frac{4}{\sqrt{x-1}} - 10)^7,$$

$$\text{д)} y = (x^2 + 1)^{\cos x}.$$

$$9.19 \quad \text{а)} y = \sin(\ln 7x),$$

$$\text{в)} y = (10^{\cos x} - \ln x - 10x)^4,$$

$$\text{д)} y = (\sin x)^{\sqrt{x}}.$$

$$9.20 \quad \text{а)} y = \ln(\cos 6x),$$

$$\text{в)} y = (e^{\ln x} + \operatorname{arctg} 5x - 10x^5)^4,$$

$$\text{д)} y = (\sin \sqrt{x})^{e^x}.$$

$$\text{г)} y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x^4 + e^x},$$

$$\text{б)} y = e^{\sin x} \cdot \arccos 3x,$$

$$\text{г)} y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sqrt{x^2 + 1}},$$

$$\text{б)} y = 5^{6x} \cdot \arcsin 5x,$$

$$\text{г)} y = \frac{x^3 - \sin x}{\operatorname{tg} x},$$

$$\text{б)} y = e^{\arcsin x} \cdot \cos 4x,$$

$$\text{г)} y = \frac{\ln 4x - x^5}{x^3 - 3x},$$

$$\text{б)} y = 4^{\operatorname{arctg} x} \cdot \cos 6x,$$

$$\text{г)} y = \frac{\sin 4x - x^3}{x^2 - 3x^7},$$

$$\text{б)} y = e^{\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x,$$

$$\text{г)} y = \frac{\cos 4x - 2x^{15}}{x^{13} - 3x^2},$$

$$\text{б)} y = 2^{\operatorname{arctg} x} \cdot \arcsin 2x,$$

$$\text{г)} y = \frac{\sin 3x - 2 \cos x}{x^{10} - 3x^{12}},$$

Контрольная работа №9

10. В заданиях с 10.1-10.20 исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления, начертить их графики.

$$10.1 \quad y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5.$$

$$10.11 \quad y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

$$10.2 \quad y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10.$$

$$10.12 \quad y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10.$$

$$10.3 \quad y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2.$$

$$10.13 \quad y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5.$$

$$10.4 \quad y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8.$$

$$10.14 \quad y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 7.$$

$$10.5 \quad y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 32.$$

$$10.15 \quad y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20.$$

$$10.6 \quad y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 21.$$

$$10.16 \quad y = 2x^3 + 15x^2 + 36x + 32.$$

$$10.7 \quad y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 4.$$

$$10.17 \quad y = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 61.$$

$$10.8 \quad y = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 56.$$

$$10.18 \quad y = 2x^3 + 15x^2 + 24x - 2.$$

$$10.9 \quad y = x^3 - 9x^2 + 24x - 18.$$

$$10.19 \quad y = x^3 - 3x^2 - 24x + 26.$$

$$10.10 \quad y = x^3 + 3x^2 - 24x - 21.$$

$$10.20 \quad y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17.$$

Контрольная работа №10

11. В задачах 11.1- 11.20 вычислить интегралы:

$$11.1. \quad a) \int \frac{dx}{\sqrt{x} \sin^2 \sqrt{x}}; \quad b) \int x^2 \ln x dx; \quad c) \int \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 3x - 4} dx; \quad d) \int_2^3 (x^2 + 5x + 2) dx$$

$$11.2. \quad a) \int x \cos(x^2 + 1) dx; \quad b) \int x \cos x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - x^2 - 4x - 1}{x^2 - x - 6} dx; \quad d) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x dx$$

$$11.3. \quad a) \int \frac{1 + \operatorname{tg} 3x}{\cos^2 3x} dx; \quad b) \int \arcsin 3x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - 3x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4} dx; \quad d) \int_2^3 \frac{dx}{(1 + 2x)^2} dx$$

$$11.4. \quad a) \int \sqrt{\sin x} \cos x dx; \quad b) \int \arccos 2x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - 2x^2 - x - 2}{x^2 - 2x + 3} dx; \quad d) \int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$11.5. \quad a) \int \frac{dx}{x \ln x}; \quad b) \int x \sin x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - x^2 - 10x - 1}{x^2 - x - 12} dx; \quad d) \int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$$

$$11.6. \quad a) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + \sin x}}; \quad b) \int x \ln 2x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - 14x}{x^2 - 16} dx; \quad d) \int_e^{e^2} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

$$11.7. \quad a) \int \frac{x^2 dx}{9 + x^6}; \quad b) \int e^{-2x} x dx; \quad c) \int \frac{x^3 + 4x^2 - 3x + 4}{x^2 + 4x - 5} dx; \quad d) \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 4}}$$

$$11.8. \quad a) \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx; \quad b) \int \ln(x + 3) dx; \quad c) \int \frac{x^3 + x^2 - 4x + 1}{x^2 + x - 6} dx; \quad d) \int_0^1 \arctg x dx$$

$$11.9. \quad a) \int \frac{x dx}{\cos^2(x^2 + 3)}; \quad b) \int x e^{-x} dx; \quad c) \int \frac{x^3 + 2x^2 - 6x + 2}{x^2 + 2x - 8} dx; \quad d) \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$11.10. \quad a) \int \frac{x^2 dx}{(x^3 + 6)}; \quad b) \int \ln 3x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - 2x^2 - 6x - 1}{x^2 - 2x - 8} dx; \quad d) \int_1^e \ln x dx$$

$$11.11. \quad a) \int x e^{x^2} dx; \quad b) \int \arcsin 3x dx; \quad c) \int \frac{x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 + x - 12} dx; \quad d) \int_{-1}^0 (2x + 3) e^{-x} dx$$

$$11.12. \quad a) \int \sin x \cos^2 x dx; \quad b) \int \arctg 2x dx; \quad c) \int \frac{x^3 - 3x^2 - 8x - 3}{x^2 - 3x - 10} dx; \quad d) \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11 + 5x)^3}$$

11.13. a) $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$; b) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$; c) $\int \frac{x^3 - 4x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4x - 5} dx$; d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cos x dx$

11.14. a) $\int (1 + \sin x)^2 \cos x dx$; b) $\int x \sin 2x dx$; c) $\int \frac{x^3 - 7x}{x^2 - 9} dx$; d) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$

11.15. a) $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$; b) $\int (x+1) \sin x dx$; c) $\int \frac{x^3 - x^2 - 1}{x^2 - x - 2} dx$; d) $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}$

11.16. a) $\int \frac{x dx}{\sqrt{2 + x^2}}$; b) $\int \arctg 4x dx$; c) $\int \frac{x^3 + 3x^2 - 8x + 3}{x^2 + 3x - 10} dx$; d) $\int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{64 - x^2}}$

11.17. a) $\int \sin x e^{\cos x} x dx$; b) $\int \arcsin 2x dx$; c) $\int \frac{x^3 + x^2 - 18x + 1}{x^2 + x - 20} dx$; d) $\int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x dx$

11.18. a) $\int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$; b) $\int x \ln x dx$; c) $\int \frac{x^3 + 2x^2 - 13x + 2}{x^2 + 2x - 15} dx$; d) $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 1} dx$

11.19. a) $\int \frac{\arctg^3 x}{1 + x^2} dx$; b) $\int (x+2) \cos x dx$; c) $\int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 2x - 2} dx$; d) $\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx$

11.20. a) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$; b) $\int \arccos 4x dx$; c) $\int \frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 + 2x - 3} dx$; d) $\int_0^5 x e^x dx$

Контрольная работа №11

12. В заданиях 12.1- 12.20 вычислить площадь, объем фигуры, ограниченной линиями:

12.1 Найти площадь фигуры, ограниченной прямыми $y = -4x$, $x = -3$, $x = -1$ и осью Ox .

12.2 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = 9$.

12.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $y = e^{-2x}$, прямыми $x = -0,5$, $x = 1$ и осью абсцисс.

12.4 Найти площадь фигуры, ограниченной ветвью гиперболы $y = -\frac{2}{x}$, прямыми $x = 1$, $x = 5$ и осью Ox .

12.5 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 6x - x^2$, прямыми $x = -1$, $x = 3$ и осью абсцисс.

12.6 Найти площадь части гиперболы $y = \frac{3}{x}$, отсекаемой от нее прямой $x + y - 4 = 0$.

12.7 Найти площадь фигуры, отсекаемой от параболы $y = 3x - x^2$ прямой $5x - y - 8 = 0$.

12.8 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y^2 = 16x$ и прямой $y = x$.

12.9 Найти площадь фигуры, заключенной между параболой $y = 6x^2$ и $y = 2x^3$.

- 12.10 Найти площадь фигуры, заключенной между параболой $y = 8x - x^2$ и $y = x^2 + 18x - 12$.
- 12.11 Найти площадь, ограниченную кривой $y = x(x-1)(x-2)$ и осью Ox .
- 12.12 Вычислить площадь, заключенную между кривой $y = \operatorname{tg} x$, осью Ox и прямой $x = \frac{\pi}{3}$.
- 12.13 Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ и прямой $y = 2x$.
- 12.14 Найти объем тела, полученного от вращения вокруг оси Ox трапеции, образованной прямыми $y = \frac{x}{2}$, $x = 4$, $x = 6$ и осью Ox .
- 12.15 Найти объем тела, полученного от вращения вокруг оси Oy трапеции, образованной прямыми $y = 3x$, $y = 2$, $y = 4$ и осью ординат.
- 12.16 Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной одной полуволной синусоиды $y = \sin x$ и отрезком $[0, \pi]$ оси абсцисс.
- 12.17 Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной дугой кубической параболы $y = x^3 - 4x$ и осью абсцисс.
- 12.18 Найти объем тела, образованного вращением эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$ вокруг его малой оси.
- 12.19 Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = 2x^2$ и $y = x^3$.
- 12.20 Фигура, образованная в результате пересечения параболы $y^2 = 4x$ и прямой $y = x$, вращается вокруг оси Ox . Найти объем тела вращения.

3.2 Тесты

Вариант 1

1. Матрицей называется: а) таблица элементов; б) число; в) вектор; г) функция.	2. Если система линейных уравнений записана в матричном виде $AX=B$, то её решение: а) $X = A^{-1}B$; б) $X = BA^{-1}$; в) $X = B^{-1}A$; г) $B = XA$.
3. Если $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$, то A^{-1} называется: а) обратной матрицей; б) квадратной матрицей; в) невырожденной матрицей; г) единичной матрицей.	4. Прямой ход метода Гаусса заключается в... а) нахождении обратной матрицы; б) приведении расширенной матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду; в) использовании формул Крамера.
20. Производной функции $y = \cos x$ является: а) $y' = -\sin x$; б) $y' = \sin x$; в) $y' = -\cos x$;	6. Системой трёх линейных уравнений с тремя неизвестными называется... а) $\begin{cases} x_1 y_1 z_1 b_1 \\ x_2 y_2 z_2 b_2 \\ x_3 y_3 z_3 b_3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 0 \end{cases}$;

г) $y' = \cos x$.	в) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = b_1 \\ y_1 + y_2 + y_3 = b_2 \\ z_1 + z_2 + z_3 = b_3 \end{cases}; \Gamma)$ $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$
7. Если определитель системы линейных уравнений не равен нулю, то... а) имеет бесконечное множество решений; б) не имеет решения; в) система линейных уравнений имеет единственное решение; г) имеет два решения.	8. Среди предложенных матриц укажите единичную: а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
7. Предел вида $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}$ называется: а) первым замечательным пределом; б) вторым замечательным пределом; в) пределом функции в точке; г) пределом последовательности	11. Полный дифференциал функции $y = f(x)$ вычисляется по формуле: а) $dy = f'(x)dx$; б) $dy = f(x)dx$; в) $y = f'(x)dx$; г) $dy = f'(x)$.
11. Квадратной матрицей называют... а) столбец матрица; б) матрица, у которой количество строк не равно количеству столбцов; в) матрица, у которой количество строк равно количеству столбцов; г) строка матрица.	12. Для решения системы линейных уравнений методом Крамера используют формулы... а) $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}, \dots, x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}$; б) $x_1 = \frac{\Delta}{\Delta x_1}, x_2 = \frac{\Delta}{\Delta x_2}, \dots, x_n = \frac{\Delta}{\Delta x_n}$; в) $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}, x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_3}, \dots, x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}$; г) $x_1 = \Delta x_1, x_2 = \Delta x_2, \dots, x_n = \Delta x_n$.
21. Точка $x = a$ является точкой максимума функции $f(x)$, если ее производная при переходе через эту точку; а) меняет свой знак с «+» на «-»; б) не меняет знака; в) остается постоянной; г) меняет свой знак с «-» на «+».	14. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} матрицы A является... а) a_{ij}; б) $A_{ij} = M_{ij}$; в) $A_{ij} = (-1)^{i+j}$; г) $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

Вариант 2.

1 Среди предложенных матриц укажите треугольную: а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.	2. Уравнение $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ задает на плоскости А) гиперболу; Б) параболу; В) эллипс
3. Если $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$, то A^{-1} называется: а) обратной матрицей; б) квадратной матрицей; в) невырожденной матрицей; г) единичной матрицей.	4. Прямой ход метода Гаусса заключается в... а) нахождении обратной матрицы; б) использовании формул Крамера; в) приведении расширенной матрицы системы линейных уравнений к треугольному виду.
5. Производной функции $y = \cos x$ является: а) $y' = -\sin x$; б) $y' = \sin x$; в) $y' = -\cos x$; г) $y' = \cos x$.	6. Системой трёх линейных уравнений с тремя неизвестными называется... а) $\begin{cases} x_1 y_1 z_1 b_1 \\ x_2 y_2 z_2 b_2 \\ x_3 y_3 z_3 b_3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 0 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = b_1 \\ y_1 + y_2 + y_3 = b_2 \\ z_1 + z_2 + z_3 = b_3 \end{cases}$; г) $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 . \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$
7. Если определитель системы линейных уравнений не равен нулю, то... а) система линейных уравнений имеет единственное решение; б) не имеет решения; в) имеет бесконечное множество решений; г) имеет два решения.	8. Если система линейных уравнений записана в матричном виде $AX=B$, то её решение: а) $X = A^{-1}B$; б) $X = BA^{-1}$; в) $X = B^{-1}A$; г) $\hat{A} = \tilde{O}\hat{A}$.
9 $\begin{pmatrix} \dot{a}_{11} \\ \dot{a}_{21} \\ \dot{a}_{31} \\ \dot{a}_{41} \end{pmatrix}$ называется... а) матрица, у которой количество строк равно количеству столбцов; б) матрица, у которой количество строк не равно количеству столбцов;	10. Для решения системы линейных уравнений методом Крамера используют формулы... а) $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta}$, $x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta}$, ..., $x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta}$; б) $x_1 = \frac{\Delta}{\Delta x_1}$, $x_2 = \frac{\Delta}{\Delta x_2}$, ..., $x_n = \frac{\Delta}{\Delta x_n}$;

в) столбец матрица; г) строка матрица.	в) $x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}, x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_3}, \dots, x_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta};$ г) $x_1 = \Delta x_1, x_2 = \Delta x_2, \dots, x_n = \Delta x_n.$
11. Квадратной матрицей называют... а) столбец матрица; б) матрица, у которой количество строк не равно количеству столбцов; в) матрица, у которой количество строк равно количеству столбцов; г) строка матрица.	12. Полный дифференциал функции $y = f(x)$ вычисляется по формуле: а) $dy = f'(x)dx;$ б) $dy = f(x)dx;$ в) $y = f'(x)dx;$ г) $dy = f'(x).$
13. Предел вида $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}$ называется: а) первым замечательным пределом; б) вторым замечательным пределом; в) пределом функции в точке; г) пределом последовательности	14. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} матрицы A является... а) $a_{ij};$ б) $A_{ij} = M_{ij};$ в) $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij};$ г) $A_{ij} = (-1)^{i+j}.$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \dots$ а) 1 б) 3 в) 0 г) e	16. Определитель, полученный из матрицы, путём вычеркивания столбца и строки, на пересечении которых стоит элемент a_{ij} называется... а) минором для элемента $a_{ij};$ б) алгебраическим дополнением; в) обратной матрицей; г) вектором.
17 $\int \cos(3x + 6)dx = \dots$ а) $\cos(3x + 6)$ б) $-\sin(3x + 6)$ в) $-\frac{\sin(3x + 6)}{3}$ г) $-\frac{\cos(3x + 6)}{3}$	18. Если определитель системы линейных уравнений $\neq 0$, то система... а) не имеет решения; б) имеет единственное решение; в) имеет множество решений; г) имеет два решения.
19. Прямоугольной матрицей называют... а) матрица, у которой количество строк равно количеству столбцов; б) матрица, у которой количество строк не равно количеству столбцов; в) столбец матрица; г) строка матрица.	20. Необходимым условием экстремума функции $f(x)$ в точке $x = a$ является: а) если в точке $x = a$ $f'(x) = 0$, то $x = a$ - точка экстремума; б) если $f'(x) = 0$ при $x = a$, то $x = a$ - точка экстремума; в) если в точке $x = a$ функция имеет экстремум, то $f'(a) = 0$; г) функция $f(x)$ определена в этой точке.

21. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ обратной является матрица: а) $A^{-1} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 16 & -14 & 8 \\ 11 & -10 & 7 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$; б) $A^{-1} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 16 & 11 & -4 \\ -14 & -10 & 2 \\ 8 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ в) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 16 & -14 & 8 \\ 11 & -10 & 7 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$; г) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	22. Если $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{cx + b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, то числитель и знаменатель дроби $\frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{cx + b}$ необходимо умножить на: а) $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$; б) $cx - b$; в) $f(x) + g(x)$; г) $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}$. 23. Известно, что матрицу $A_{3 \times 5}$ можно умножить на матрицу $B_{5 \times 7}$, тогда результатом будет матрица... а) $C_{3 \times 5}$; б) $C_{5 \times 7}$; в) $C_{3 \times 7}$; г) $C_{2 \times 2}$
24. Для того, чтобы найти значение неизвестной переменной X из системы $\begin{cases} 2x - y + 5z = 8 \\ 4x + y - z = 5 \\ 10x + 10y - 5z = 7 \end{cases}$ методом Крамера достаточно вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} 8 & -1 & 5 \\ 5 & 1 & -1 \\ 7 & 10 & -5 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \\ 10 & 7 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 \\ 10 & 10 & -5 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 8 & -1 & 5 \\ 5 & 1 & -1 \\ 7 & 10 & -5 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \\ 10 & 7 & -5 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 1 & 5 \\ 10 & 10 & 7 \end{vmatrix}$	

3.3. Самостоятельные (аудиторные) работы

Тематика заданий к самостоятельным (аудиторным) работам установлена в соответствии с программой оценивания контролируемой дисциплины. Данный вид работ проводится на практических занятиях. Задания составлены по тридцати вариантной системе (приведен один из вариантов).

Самостоятельная работа №1. Тема «Элементы линейной алгебры»

Вариант 1

Задание 1. Выполнить действия с матрицами: $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Вычислить определитель матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 3. Определить, имеет ли матрица A обратную, и, если имеет, вычислить ее:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 4. Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$.

Задание 5. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -8 \end{cases}.$$

Задание 6. Найти общее и одно из частных решений системы линейных

уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3 \end{cases}$$

Задание 7. Найти общее решение и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}.$$

Самостоятельная работа №2.

Тема «Элементы векторной алгебры»

Вариант 1

Задание 1: Коллинеарны ли векторы $\vec{c}_1$ и $\vec{c}_2$, разложенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$?

Задание 2: Перпендикулярны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$?

Задание 3: Компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

Задание 4: При каком значении α векторы $A\vec{B}$ и $A\vec{C}$ перпендикулярны?

Задание 5: Даны координаты точек A, B, C . Вычислить:

1) $\text{pr}_{(A\vec{B}+C\vec{B})}(2A\vec{C}+3C\vec{B})$;

2) $|A\vec{B}+4B\vec{C}|$;

3) $\angle((A\vec{B}-C\vec{B}), A\vec{B})$;

- 4) орт вектора $\vec{AB}$;
 5) $((\vec{AB} + 4\vec{BC}), (\vec{BA} - \vec{AC}))$;
 6) $[(\vec{AB} + 2\vec{BC}), (\vec{CB} - \vec{AB})]$;
 7) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \vec{AC}$;

Задание 6: Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Вычислить:

- 1) объем пирамиды;
 2) длину ребра AB ;
 3) площадь грани ABC ;
 1.1 $\vec{a} = \{1; +2; 3\}, \vec{b} = \{-3; 0; -1\}, \vec{c}_1 = 2\vec{a} - 4\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{a} + \vec{b}$.
 3.1 $\vec{a} = \{-2; 3; +1\}, \vec{b} = \{1; +1; -3\}, \vec{c} = \{1; -9; 1\}$.
 2.1 $\vec{a} = \{1; 3; -1\}, \vec{b} = \{3; -2; 3\}$.
 4.1 $A(\alpha; -2; 3), B(0; -1; 2), C(3; -4; 5)$.
 5.1 $A(-1; 2; 1), B(-1; 3; -4), C(0; 1; -2)$.
 6.1 $A(1; -1; 1), B(-1; 2; -4), C(2; 0; -6), D(-2; 5; 1)$.

Самостоятельная работа №3.

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант 1.

Задание 1: Найти угловой коэффициент k прямой, проходящей через точки $M_1(1,8)$ и $M_2(-1,4)$; записать уравнение прямой в параметрическом виде.

Задание 2: Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.

Задание 3 Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C .

Задание 4 Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(1,4,-3)$.

Задание 5 Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$ на плоскость $2x - y - 3z + 6 = 0$.

Задание 6 Точка $A(1,-3,0)$ - вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$. Вычислить объем куба.

Задание 7 Установить, что три плоскости $2x - 4y + 5z - 21 = 0$, $x - 3z + 18 = 0$, $6x + y + z - 30 = 0$ имеют общую точку и вычислить ее координаты.

1) $y = x^3 - x^2 - 5x + 10$

2) $y = x^3 - 11x^2 + 39x - 45$

Самостоятельная работа №5.**Тема «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»****Вариант 1.**

Задание 1 Для функции $z = xy \ln(x + y)$ найти частные производные по каждой независимой переменной.

Задание 2 Для функции $z = \frac{1}{\arctg \frac{x}{y}}$ найти частные производные по каждой независимой переменной.

Задание 3 Доказать, что для функции $z = e^x (\cos y + x \sin y)$ выполняется равенство $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

Задание 4 Доказать, что функция $z = x^4 + y^4 - 2x^2 - 4xy - 2y^2$ имеет экстремум при $x = \sqrt{2}; y = \sqrt{2}$. Определить характер экстремума.

Задание 5 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$ в области D , ограниченной линиями $x + y + 1 = 0$; $y = 0$; $x = -3$.

Задание 6 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + xy - 2$ в области D , ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4$; $y = 0$.

Задание 7 Найти производную скалярного поля $u = x + \ln(z^2 + y^2)$ в точке $M(2; 1; 1)$ в направлении вектора $\vec{l} = (-2; 1; -1)$.

Задание 8 Найти направление наибольшего изменения функции $u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$ в точке $M(3; 0; -4)$.

Самостоятельная работа №6.**Тема «Интегральное исчисление функции одной переменной»****Вариант 1.**

Задание 1: Вычислить интегралы:

а) $\int \left(x^2 - 2x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx;$	б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}};$	в) $\int \frac{x^2}{(1+3x^3)^2} dx;$
г) $\int \frac{x}{1+3x^2} dx;$	д) $\int \frac{\cos x}{1-2 \sin x} dx;$	е) $\int e^{-x^2} x dx;$
ж) $\int \sin 2x dx;$	з) $\int \left(\cos \frac{x}{3} + 1 \right) dx;$	и) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}};$
к) $\int \frac{3^x}{3^{2x} + 1} dx;$	л) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 4};$	м) $\int x e^{-2x} dx;$
н) $\int x^2 \ln x dx;$	о) $\int \frac{2x-1}{x^2 - 3x + 2} dx;$	п) $\int \frac{x^4 + 2}{x^3 + 3x} dx;$
р) $\int \frac{dx}{1+3 \cos x};$	с) $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx;$	т) $\int \sin x \cos 2x dx;$
у) $\int \cos^2 x dx;$	ф) $\int (e^x + 2)^3 dx.$	

Задание 2: Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x};$	б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$
--	--

Задание 3: Вычислить:

а) площадь фигуры, ограниченной параблами: $y = \frac{x^2}{2} - x + 1$ и $y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6$;

б) длину дуги кривой: $y = \ln x$ от точки с абсциссой $x_1 = \frac{3}{4}$ до точки $x_2 = 2,4$;

в) объем тела, полученного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной гиперболой $y = \frac{6}{x}$, осью OY и прямыми $y = 1$ и $y = 6$.

3.4. Рубежный контроль

Цель проведения рубежного контроля – выявление уровня готовности обучающихся к изучению нового материала; диагностика уровня усвоения очередного раздела (темы) и, при необходимости, коррекция обучения.

Вопросы рубежного контроля № 1

Вопросы, рассматриваемые на аудиторных занятиях

1. Операции сложения матриц, умножение матриц на число, умножение матриц. Линейные отображения.
2. Числовые характеристики матриц. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение

определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителях n -го порядка. Обращение квадратной матрицы. Существование обратной матрицы и ее вычисление.

3. Системы двух и трех линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными. Теорема о существовании и единственности решения линейной системы уравнений. Формулы Крамера. Матричная запись линейных систем уравнений и их решение с помощью обратной матрицы
4. Основные понятия и определения. Операции сложения векторов, вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях вектора. Координатный базис. Разложение векторов по координатному базису. Геометрические и алгебраические компоненты вектора. Декартовы прямоугольные координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определения, свойства, выражение через координаты.
5. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Преобразование систем координат при параллельном переносе осей и повороте осей, общий случай преобразования. Понятие о полярной системе координат.
6. Различные виды уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, проходящей через две точки, через точку в заданном направлении, в отрезках на осях, нормальное, общее. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности, перпендикулярности, совпадения двух прямых. Вычисление расстояний от точки до прямой.
7. Уравнение плоскости в векторном виде. Общее уравнение плоскости, нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки
8. Вывод канонических уравнений окружности, эллипса, гиперболы и параболы на основе определения кривых как геометрического места точек. Исследование формы кривых по уравнению.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители второго, третьего порядка, n -го порядка и их свойства.
3. Системы двух и трех линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными.
4. Векторы и действия над ними.
5. Векторное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл.
6. Смешанное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл
7. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений, его приложение на практике.
8. Прямая линия на плоскости.
9. Виды уравнений прямой.
10. Взаимное расположение прямых на плоскости
11. Обобщение полярных координат.
8. Общий вид кривой второго порядка..

Вопросы рубежного контроля № 2

Вопросы, рассматриваемые на аудиторных занятиях

1. Действительные числа. Постоянные и переменные величины. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства. Понятие о функциональной зависимости. Область задания и область изменения числовой функции. Классификация функций по способу задания и характерным свойствам.
2. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции в точке, односторонние пределы. Предел функции при неограниченном увеличении аргумента. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах.
3. Первый и второй замечательные пределы, их вывод. Число Эйлера, натуральные логарифмы, гиперболические функции. Сравнение бесконечно малых величин и эквивалентные бесконечно малые величины.
4. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях: теоремы Коши и Вейерштрасса.
5. Производная функции. Определение производной функции, её геометрический и механический смысл.
6. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения, частного.
7. Сложная функция и её дифференцирование.
8. Обратная функция и её дифференцирование.
9. Производные неявной и параметрической функции.
10. Понятие о дифференциале функции одной независимой переменной, его геометрический смысл.
11. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Предел функции. Виды неопределенностей при раскрытии пределов.
2. Первый замечательный предел.
3. Второй замечательный предел.
4. Основные теоремы дифференциального исчисления.
5. Приближенные вычисления значения функции с помощью формулы Тейлора.
6. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.

Вопросы рубежного контроля № 3

Вопросы, рассматриваемые на аудиторных занятиях

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Задачи, приводящие к понятию первообразной функции.
3. Теорема о первообразных функциях.

4. Определение неопределенного интеграла.
5. Свойства неопределенного интеграла.
6. Таблица интегралов некоторых функций.
7. Непосредственное интегрирование путем преобразования подынтегральной функции.
8. Интегрирование подстановкой.
9. Интегрирование рациональных функций.
10. Понятие об элементарных дробях I, II, III, IV типов.
11. Интегрирование элементарных дробей.
12. Интегрирование неправильной рациональной дроби: выделение целой части и разложение правильной рациональной дроби в сумму правильных рациональных дробей I, II, III, IV типов.
13. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Использование тригонометрических преобразований.
15. Интегрирование иррациональных функций.
16. Тригонометрические подстановки.
17. Основная теорема и основная формула интегрального исчисления.
18. Производная интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Свойства определенного интеграла.
20. Методы замены переменной и интегрирования произведения по частям.
21. Вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат.
22. Вычисление длины дуги плоской кривой.
23. Вычисление объема тела.
24. Вычисление площади поверхности вращения.
25. Приложения к задачам механики: вычисление координат центра тяжести плоской кривой и плоской фигуры. Работа силы.
26. Приближенное вычисление определенного интеграла.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Интегрирование простейших рациональных дробей (IV тип).
2. Универсальная тригонометрическая подстановка.
3. Интегрирование дифференциального бинома.
4. «Берущиеся и» и «неберущиеся» интегралы.
5. Приложение определенного интеграла физическое и геометрическое.
6. Несобственные интегралы: интеграл с бесконечным промежутком интегрирования, интеграл от разрывной функции.
7. Формула прямоугольников.
8. Формула трапеций.
9. Формула парабол.

3.5. Промежуточная аттестация

В соответствии с учебным планом по направлению подготовки 20.03.02 «Природообустройство и водопользование» в 1 семестре видом промежуточной аттестации является экзамен.

Вопросы, выносимые на экзамен (1 семестр)

1. Операции сложения матриц, умножение матриц на число, умножение матриц. Линейные отображения.
2. Числовые характеристики матриц. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителях n -го порядка. Обращение квадратной матрицы. Существование обратной матрицы и ее вычисление.
3. Системы двух и трех линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными. Теорема о существовании и единственности решения линейной системы уравнений. Формулы Крамера. Матричная запись линейных систем уравнений и их решение с помощью обратной матрицы
4. Основные понятия и определения. Операции сложения векторов, вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях вектора. Координатный базис. Разложение векторов по координатному базису. Геометрические и алгебраические компоненты вектора. Декартовы прямоугольные координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определения, свойства, выражение через координаты.
5. Понятие о комплексном числе. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции над комплексными числами. Возведение комплексного числа в натуральную степень и извлечение корня из комплексного числа. Формулы Муавра и Эйлера. Комплексные функции действительного переменного.
6. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Преобразование систем координат при параллельном переносе осей и повороте осей, общий случай преобразования. Понятие о полярной системе координат.
7. Различные виды уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, проходящей через две точки, через точку в заданном направлении, в отрезках на осях, нормальное, общее. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности, перпендикулярности, совпадения двух прямых. Вычисление расстояний от точки до прямой.
8. Уравнение плоскости в векторном виде. Общее уравнение плоскости, нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки
9. Вывод канонических уравнений окружности, эллипса, гиперболы и параболы на основе определения кривых как геометрического места точек. Исследование формы кривых по уравнению.
10. Действительные числа. Постоянные и переменные величины. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства. Понятие о

функциональной зависимости. Область задания и область изменения числовой функции. Классификация функций по способу задания и характерным свойствам.

11. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции в точке, односторонние пределы. Предел функции при неограниченном увеличении аргумента. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах.

12. Первый и второй замечательные пределы, их вывод. Число Эйлера, натуральные логарифмы, гиперболические функции. Сравнение бесконечно малых величин и эквивалентные бесконечно малые величины.

13. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях: теоремы Коши и Вейерштрасса.

14. Производная функции. Определение производной функции, её геометрический и механический смысл.

15. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения, частного.

16. Сложная функция и её дифференцирование.

17. Обратная функция и её дифференцирование.

18. Производные неявной и параметрической функции.

19. Понятие о дифференциале функции одной независимой переменной, его геометрический смысл.

20. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

21. Определение производной функции, её геометрический и механический смысл. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения, частного. Сложная функция и её дифференцирование. Обратная функция и её дифференцирование. Замечание о связи непрерывности функции и её дифференцируемости, о существовании производной.

22. Понятие о дифференциале функции одной независимой переменной, его геометрический смысл. Свойства дифференциала. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям значений функции

23. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулировка и доказательство теорем Ферма, Ролля, Лагранжа. Геометрический смысл теорем.

24. Постановка задачи о представлении функции многочленом. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение некоторых функций по формуле Маклорена.

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии
университет им. Н.И.Вавилова»
Кафедра «Общеобразовательные дисциплины»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3
по дисциплине «Высшая математика»

1. Асимптоты графика функции.
2. Таблица производных основных элементарных функций
3. Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Расходы каждого типа сырья по видам продукции и запасы сырья на предприятии даны в таблице. Определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья (здесь и далее, расчет ведется в условных единицах). Составить математическую модель выпуска продукции. Полученную систему линейных уравнений решить методом Крамера. (ответ: 150; 250; 100).

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, кг/изд.			Запас сырья, кг
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Дата

Зав.кафедрой

В.Н. Буйлов

**4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания
знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**4.1 Процедуры оценивания знаний, умений, навыков
и (или) опыта деятельности**

Контроль результатов обучения обучающихся, этапов и уровня формирования компетенций по дисциплине «Высшая математика» осуществляется через проведение входного, текущего, рубежных, выходного контролей и контроля самостоятельной работы

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля, порядок начисления баллов и фонды контрольных заданий для текущего контроля разрабатываются кафедрой исходя из специфики дисциплины, и утверждаются на заседании кафедры.

4.2 Критерии оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Описание шкалы оценивания достижения компетенций по дисциплине приведено в таблице 6.

Таблица 6

Уровень освоения компетенции	Отметка по пятибалльной системе (промежуточная аттестация)*			Описание
высокий	«отлично»	«зачтено»	«зачтено (отлично)»	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, обучающийся проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании материала
базовый	«хорошо»	«зачтено»	«зачтено (хорошо)»	Обучающийся обнаружил полное знание учебного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе
пороговый	«удовлетворительно»	«зачтено»	«зачтено (удовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляется с

Уровень освоения компетенции	Отметка по пятибалльной системе (промежуточная аттестация)*			Описание
				выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя
—	«неудовлетворительно»	«не зачтено»	«не зачтено (неудовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил пробелы в знаниях основного учебного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой практических заданий, не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательной организации без дополнительных занятий

* - форма промежуточной аттестации в семестре определяется в соответствии с таблицей 2 рабочей программы дисциплины (модуля)

4.2.1. Критерии оценки устного ответа при промежуточной аттестации

При ответе на вопрос обучающийся демонстрирует:

знания: о способах и методах самоорганизации самообразования в рамках освоения дисциплины *Высшая математика*; об основных законах математики.

умения: использовать математический аппарат в практической деятельности, производить расчеты по известному алгоритму; задавать вопросы по изученным темам; сравнивать по аналогии алгоритмы решения практических задач.

владение навыками: методами построения и реализации математических моделей для решения научно-исследовательских задач; повторением стандартной процедуры решения типовых математических задач по изученным темам; применением методов построения математических моделей и интерпретацией полученных результатов; использованием полученных знаний к изучению следующих дисциплин курса.

Критерии оценки**

отлично	обучающийся демонстрирует: всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, усвоивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой.	
хорошо	обучающийся демонстрирует: полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе практические задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Обучающийся, показывает систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой.	
неудовлетворительно	обучающийся демонстрирует: пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении практических заданий, предусмотренных программой.	

4.2.2. Критерии оценки выполнения контрольных (самостоятельных) работ

отлично	обучающийся демонстрирует: высокий результат, ответил правильно и в развернутом виде на все теоретические (практические) вопросы, не допускает ошибок в ответе при решении конкретной задачи.
хорошо	обучающийся демонстрирует: хороший результат, ответил правильно на все теоретические (практические) вопросы, но в краткой форме, либо допустил одну ошибку в ответе при решении конкретной задачи.
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: удовлетворительный результат, правильно отвечает только на часть поставленных теоретических (практических) вопросов при решении конкретной задачи.
неудовлетворительно	обучающийся демонстрирует: неудовлетворительный результат не ответил на поставленные теоретические

4.2.4. Критерии оценки выполнения тестовых заданий

При выполнении тестовых заданий обучающийся демонстрирует:

знания: о способах и методах самоорганизации самообразования в рамках освоения дисциплины Высшая математика; об основных законах математики.

умения: использовать математический аппарат в практической деятельности, производить расчеты по известному алгоритму; задавать вопросы по изученным темам; сравнивать по аналогии алгоритмы решения практических задач.

владение навыками: методами построения и реализации математических моделей для решения научно-исследовательских задач; повторением стандартной процедуры решения типовых математических задач по изученным темам; применением методов построения математических моделей и интерпретацией полученных результатов; использованием полученных знаний к изучению следующих дисциплин курса.

Критерии оценки выполнения тестовых заданий

отлично	обучающийся демонстрирует: отличные знания и отвечает на тестовые задания в пределах 86%-100%.
хорошо	обучающийся демонстрирует: хорошие знания и отвечает на тестовые задания в пределах 74%-85%.
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: удовлетворительные знания и отвечает на тестовые задания в пределах 60%-73%.
неудовлетворительно	обучающийся демонстрирует: неудовлетворительные знания и отвечает на тестовые задания ниже 60%.

Разработчик: доцент, Кочегарова О.С.

