


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович  
Должность: ректор ФГБОУ ВО Вавиловский университет  
Дата подписания: 17.09.2024 11:48:57  
Уникальный программный ключ:  
528682d78e671e566ab07f01fe1ba217287



**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
 / Камышова Г.Н./  
«22» июли 2020 г.

## **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

Дисциплина	<b>МАТЕМАТИКА</b>
Направление подготовки	<b>13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника</b>
Направленность (профиль)	<b>Энергообеспечение предприятий</b>
Квалификация выпускника	<b>Бакалавр</b>
Нормативный срок обучения	<b>4 года</b>
Форма обучения	<b>Очная</b>
Кафедра-разработчик	<b>Математика, механика и инженерная графика</b>
Ведущий преподаватель	<b>доцент Чумакова С.В.</b>

**Разработчик (и):** *доцент Чумакова С.В.*

  
\_\_\_\_\_  
(подпись)

**Саратов 2020**

## Содержание

1	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процесс освоения ОПОП	3
2	Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	4
3	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	8
4	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы и формирования	45

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

В результате изучения дисциплины «Математика» обучающиеся, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 28.02.2018 № 143, формируют следующие компетенции, описанные в таблице 1.

### Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины «Математика»

Таблица 1

Компетенция		Индикаторы достижения компетенций	Этапы формирования компетенции в процессе освоения ОПОП (год)*	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
Код	Наименование				
1	2	3	4	5	6
ОПК-2	Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ОПК-2.1 Применяет математический аппарат исследования функций, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, рядов, дифференциальных уравнений, теории функций комплексного переменного, численных методов.	1, 2	лекции, практические занятия	Типовой расчет, устный отчет
ПК-11	Способностью к проведению экспериментов по заданной методике, обработке и анализу полученных результатов с привлечением соответствующего	ПК-11.2 Обрабатывает и анализирует полученные результаты с привлечением соответствующего математического аппарата	1, 2	лекции, практические занятия	Типовой расчет, устный отчет

	математическо го аппарата				
--	------------------------------	--	--	--	--

Компетенция ОПК-2 также формируется в ходе освоения дисциплин: Физика, Химия,, Экология, Электротехника и электроника, Механика, Техническая термодинамика, Теплообмен, Гидрогазодинамика, Введение в малую энергетику.

Компетенция ПК-11 также формируется в ходе освоения дисциплин: Основы научных исследований в энергетике, Техника проведения эксперимента в энергетике.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

### Перечень оценочных средств

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ОМ
1	Типовой расчет	средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по разделу или нескольким разделам	комплект заданий по вариантам
	Устный опрос	средство контроля, организованное как опрос в устной форме педагогического работника обучающихся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной и рассчитанной на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	вопросы по темам дисциплины: - перечень вопросов к семинару - перечень вопросов для устного опроса

### Программа оценивания контролируемой дисциплины «Математика»

Таблица 3

№ п/п	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
1	Линейная алгебра	ОПК-2	Типовой расчет
2	Векторная алгебра	ОПК-2	Типовой расчет
3	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК-2	Типовой расчет
4	Аналитическая геометрия в пространстве	ОПК-2	Устный опрос
5	Комплексные числа	ОПК-2	Устный опрос

№ п/п	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
6	Математический анализ.	ОПК-2	Типовой расчет
7	Математический анализ. Дифференциальное исчисление	ПК-11	Типовой расчет
8	Неопределенный и определенный интеграл	ПК-11	Типовой расчет
9	Дифференциальные уравнения	ПК-11	Типовой расчет
10	Теория вероятностей	ПК-11	Типовой расчет
11	Случайные величины	ПК-11	Типовой расчет Устный опрос
12	Математическая статистика	ПК-11	Типовой расчет Устный опрос

**Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине  
«Математика» на различных этапах их формирования,  
описание шкал оценивания**

Таблица 4

Код компетенции, этапы освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		ниже порогового уровня (неудовлетворительно)	пороговый уровень (удовлетворительно)	продвинутый уровень (хорошо)	высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6
ОПК-2 1 семестр	<b>знает основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальные уравнения, числовые и</b>	<i>обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале (перечисляется конкретный материал в зависимости от специфики</i>	<i>обучающийся демонстрирует знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в</i>	<i>обучающийся демонстрирует знание материала, не допускает существенных неточностей</i>	<i>обучающийся демонстрирует знание материала (перечисляется конкретный материал в зависимости от специфики дисциплины), практики применения</i>

	<i>функциональные ряды</i>	<i>дисциплины), не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки</i>	<i>изложении программного материала</i>		<i>материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий</i>
	<b>умеет:</b> <i>производить расчеты по известному алгоритму; задавать вопросы по изученным темам; сравнивать по аналогии алгоритмы решения практических задач.</i>	<i>не умеет производить расчеты по известному алгоритму; задавать вопросы по изученным темам; сравнивать по аналогии алгоритмы решения практических задач.</i>	<i>обучающийся демонстрирует умения только основного материала, но не умеет применять детали, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала</i>	<i>в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение применять приемы и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач</i>	<i>сформированное умение применять понятия и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач</i>
	<b>владеет навыками:</b> <i>математическими методами при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты</i>	<i>обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов при решении прикладных задач и не интерпретирует получаемые результаты</i>	<i>в целом успешное, но не системное владение навыками применения математических методов при решении прикладных задач и интерпретацией получаемых результатов</i>	<i>в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математических методов при решении прикладных задач и интерпретации</i>	<i>успешное и системное владение навыками применения математических методов при решении прикладных задач и интерпретацией получаемых результатов в</i>

				<i>и получаемых результатов</i>	
ПК-11  2 семестр	<b>знает:</b> <i>математический аппарат, позволяющий применять его в приложении к практическим задачам, и обрабатывать полученные результаты в ходе проведения экспериментов</i>	<i>обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов, не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки</i>	<i>обучающийся демонстрирует знания только основного материала теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала</i>	<i>обучающийся демонстрирует знание материала теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов, не допускает существенных неточностей</i>	<i>обучающийся демонстрирует знание основных понятий и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий</i>
	<b>умеет:</b> <i>анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам</i>	<i>не умеет анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам</i>	<i>в целом успешное, но не системное умение анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам</i>	<i>в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, умение анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам</i>	<i>сформированное умение анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам</i>
	<b>владеет</b>	<i>обучающийся не</i>	<i>в целом</i>	<i>в целом</i>	<i>успешное и</i>

	<b>навыками:</b> математическ им аппаратом для проведения экспериментов по данной методике и обработке полученных результатов	владеет навыками применения математическог о аппарата для проведения экспериментов по данной методике и обработке полученных результатов	успешное, но не системное владение навыками применения математичес кого аппарата для проведения эксперименто в по данной методике и обработке полученных результатов	успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождаю щеся отдельными ошибками владение навыками применения математичес кого аппаратом для проведения эксперименто в по данной методике и обработке полученных результатов	системное владение навыками применения математичес кого аппарата для проведения эксперименто в по данной методике и обработке полученных результатов
--	--	--	--	---	---

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 3.1. Входной контроль

Цель проведения входного контроля – выявление уровня готовности обучающихся к изучению нового материала; диагностика знаний, умений и навыков на начальном этапе обучения.

Содержание вопросов входного контроля сгруппировано вокруг основных разделов школьного курса математики: числа и вычисления, выражения и их преобразования, уравнения и неравенства, функция, геометрические фигуры, измерение геометрических величин.

#### Вопросы входного контроля №1

1. Множества чисел: н  
атуральные, целые, рациональные, иррациональные, вещественные.
2. Декартова система координат.
3. Теорема Пифагора.
4. Формулы вычисления площадей простых тел: прямоугольник, треугольник, параллелограмм, трапеция, круг.
5. Формулы вычисления объемов простых тел: параллелепипед, призма, цилиндр, пирамида, конус, шар.
6. Понятие функции, область определения, область значений.
7. Функция на плоскости как геометрическое место точек.
8. Способы задания функций.
9. Свойства функций: однозначность, многозначность, четность, нечетность, симметричность, периодичность.
10. Прямая на плоскости, график и свойства.
11. Квадратная парабола, график и свойства.



12. Вычисление корней квадратного уравнения.
13. Кубическая парабола, график и свойства.
14. Степенная функция, график и свойства.
15. Показательная функция, график и свойства.
16. Логарифмическая функция, график и свойства.
17. Тригонометрическая функция, график и свойства.
18. Обратные тригонометрические функции, графики и свойства.
19. Основные тригонометрические тождества.

### **Вопросы входного контроля №2**

1. Операции сложения матриц, умножение матриц на число, умножение матриц.
2. Определители второго и третьего порядков, их свойства.
3. Существование обратной матрицы и ее вычисление.
4. Системы двух и трех линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными.
5. Операции сложения векторов, вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях вектора.
6. Понятие о комплексном числе. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции над комплексными числами.
7. Различные виды уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, проходящей через две точки, через точку в заданном направлении, в отрезках на осях, нормальное, общее. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности, перпендикулярности, совпадения двух прямых.
8. Общее уравнение плоскости, нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки
9. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
10. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции в точке, односторонние пределы.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций.

#### **3.2. Типовой расчет.**

*Цель выполнения типового расчета:* углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов.

*Тематика типового расчета* устанавливается в соответствии с тематикой пройденного лекционного курса.

*Количество вариантов* для каждого задания – 20.

### **Типовой расчет №1**

1. В задачах 1.1- 1.20 решить заданную систему линейных уравнений:

- пользуясь формулами Крамера;
- методом Гаусса;
- матричным методом;

$$1.1 \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.2 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

$$1.3 \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.4 \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$1.5 \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

$$1.6 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.7 \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$1.8 \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15 \end{cases}$$

$$1.9 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$1.10 \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$$

$$1.11 \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$1.12 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 8 \\ 2x_1 + 7x_3 = 17 \end{cases}$$

$$1.13 \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.14 \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

$$1.15 \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$1.16 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.17 \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$$

$$1.18 \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.19 \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$1.20 \begin{cases} 11x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

### Типовой расчет №2

2. В задачах 2.1- 2.20 даны координаты точек  $A, B, C$ . Требуется:

- 1) записать векторы  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$  в системе орт  $\overline{i}, \overline{j}$  и найти длины этих векторов;
- 2) найти орт вектора  $\overline{AB}$ ;
- 3) изобразить векторы  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$  в координатной плоскости  $xOy$ ;
- 4) найти вектора  $\overline{d}_1 = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$  и  $\overline{d}_2 = 2\overline{AB} + 3\overline{AC}$  аналитически и геометрически.

2.1 A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10)	2.11 A(4; 0), B(7; 4), C(8; 2)
2.2 A(-5; 7), B(7; -2), C(11; 20)	2.12 A(-2; 7), B(10; -2), C(8; 12)
2.3 A(3; -1), B(7; 1), C(4; -2)	2.13 A(-6; 8), B(6; -1), C(4; 13)
2.4 A(-12; -1), B(0; -10), C(4; 12)	2.14 A(0; 2), B(3; 6), C(4; 4)
2.5 A(-10; 3), B(2; 0), C(6; 22)	2.15 A(-10; 5), B(2; -4), C(0; 10)
2.6 A(0; 0), B(3; 4), C(4; 2)	2.16 A(-4; 12), B(8; 3), C(6; 17)
2.7 A(-9; 6), B(3; -3), C(7; 19)	2.17 A(-3; 10), B(9; 1), C(7; 15)
2.8 A(3; -3), B(6; 1), C(7; -1)	2.18 A(4; -3), B(7; 1), C(8; -1)
2.9 A(1; 0), B(13; -9), C(17; 13)	2.19 A(2; -2), B(5; 2), C(6; 0)
2.10 A(0; 2), B(12; -7), C(16; 15)	2.20 A(-1; 1), B(2; 5), C(3; 3)

### Типовой расчет №3

3. В задачах 3.1- 3.20 даны координаты вершин пирамиды ABCD. Требуется:

- 1) Записать векторы  $\vec{AB}$ ;  $\vec{AC}$ ;  $\vec{AD}$  в системе орт  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  и найти модули этих векторов;
- 2) Найти угол между векторами  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ;
- 3) Найти проекцию вектора  $\vec{AD}$  на вектор  $\vec{AB}$ ;
- 4) Найти площадь грани ABC;
- 5) Найти объём пирамиды ABCD.

3.1 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.11 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.2 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.12 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.3 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.13 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.4 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.14 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.5 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.15 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.6 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.16 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.7 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.17 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.8 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.18 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
3.9 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.19 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).

3.10 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).	3.20 A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).
---	---

#### Типовой расчет №4

1. В задачах 4.1- 4.20 даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

- длину стороны AB;
- уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- угол B в радианах;
- уравнение медианы AE;
- уравнение и длину высоты CD;
- уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр;
- уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB, и точку ее пересечения с высотой CD;
- систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC.

4.1	A(1;-1)	B(4;3)	C(5;1)
4.2	A(0;-1)	B(3;3)	C(4;1)
4.3	A(1;-2)	B(4;2)	C(5;0)
4.4	A(2;-2)	B(5;2)	C(6;0)
4.5	A(0;0)	B(3;4)	C(4;2)
4.6	A(0;1)	B(3;5)	C(4;3)
4.7	A(3;-2)	B(6;2)	C(7;0)
4.8	A(3;-3)	B(6;1)	C(7;-1)
4.9	A(-1;1)	B(2;5)	C(3;3)
4.10	A(4;0)	B(7;4)	C(8;2)
4.11	A(2;2)	B(5;6)	C(6;4)
4.12	A(4;-2)	B(7;2)	C(8;0)
4.13	A(0;2)	B(3;6)	C(4;4)
4.14	A(4;1)	B(7;5)	C(8;3)
4.15	A(3;2)	B(6;6)	C(7;4)
4.16	A(-2;1)	B(1;5)	C(2;3)

4.17	A(4;-3)	B(7;1)	C(8;-1)
4.18	A(-2;2)	B(1;6)	C(2;4)
4.19	A(5;0)	B(8;4)	C(9;2)
4.20	A(2;3)	B(5;7)	C(6;5)

### Типовой расчет №5

2. В задачах 5.1-5.20 определить вид кривой линии:

$$5.1 \quad 3x^2 - 6x - 4y^2 + 8y - 13 = 0$$

$$5.11 \quad 3x^2 - 6x + 4y^2 - 8y - 5 = 0$$

$$5.2 \quad 4x^2 - 8x - 3y^2 + 6y - 11 = 0$$

$$5.12 \quad 4x^2 - 8x + 3y^2 - 6y - 5 = 0$$

$$5.3 \quad 9x^2 + 18x - 4y^2 + 8y - 31 = 0$$

$$5.13 \quad 9x^2 + 18x + 4y^2 - 8y - 23 = 0$$

$$5.4 \quad 4x^2 + 8x - 9y^2 + 18y - 41 = 0$$

$$5.14 \quad 4x^2 + 8x + 9y^2 - 18y - 23 = 0$$

$$5.5 \quad 9x^2 + 25y^2 + 100y - 189 = 0$$

$$5.15 \quad 9x^2 - 25y^2 - 100y - 289 = 0$$

$$5.6 \quad 25x^2 - 100x + 9y^2 + 36y - 89 = 0$$

$$5.16 \quad 25x^2 - 100x - 9y^2 - 161 = 0$$

$$5.7 \quad 4x^2 + 24x + y^2 - 6y + 41 = 0$$

$$5.17 \quad 4x^2 + 24x - y^2 + 6y - 36 = 0$$

$$5.8 \quad x^2 + 6x - 4y^2 + 24y - 31 = 0$$

$$5.18 \quad x^2 + 6x + 4y^2 - 24y + 41 = 0$$

$$5.9 \quad x^2 - 10x - y^2 - 8y + 5 = 0$$

$$5.19 \quad x^2 - 10x + y^2 + 8y + 37 = 0$$

$$5.10 \quad x^2 - 10x - y^2 - 8y = 0$$

$$5.20 \quad x^2 - 10x + y^2 + 8y + 32 = 0$$

### Типовой расчет №6

1. В заданиях 6.1 – 6.20 найти указанные пределы:

$$6.1 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$\text{a) } x_0 = 1, \quad \text{b) } x_0 = 2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

$$6.2 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 10}{7x - x^2 - 10};$$

$$\text{a) } x_0 = 1, \quad \text{b) } x_0 = 2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

- 6.3  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = 5$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.4  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = -1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.5  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6}$  ; a)  $x_0 = 2$ , b)  $x_0 = 3$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.6  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = 4$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.7  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = -2$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.8  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3}$  ; a)  $x_0 = 2$ , b)  $x_0 = 1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.9  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = -3$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.10  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1}$  ; a)  $x_0 = 2$ , b)  $x_0 = 1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.11  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$  ; a)  $x_0 = 1$ , b)  $x_0 = 2$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.12  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$  ; a)  $x_0 = 2$ , b)  $x_0 = -1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.13  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x - 3x^2}$  ; a)  $x_0 = -1$ , b)  $x_0 = 1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.14  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3x + 5}$  ; a)  $x_0 = -2$ , b)  $x_0 = -1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.15  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2}$  ; a)  $x_0 = -1$ , b)  $x_0 = 1$ , c)  $x_0 = \infty$ .
- 6.16  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 4}{4x - x^{2-3}}$  ; a)  $x_0 = -1$ , b)  $x_0 = 1$ , c)  $x_0 = \infty$ .

$$6.17 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14};$$

$$\text{a) } x_0 = 2, \quad \text{b) } x_0 = -2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

$$6.18 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4};$$

$$\text{a) } x_0 = 1, \quad \text{b) } x_0 = 2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

$$6.19 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{3x^2 + x - 2};$$

$$\text{a) } x_0 = -2, \quad \text{b) } x_0 = -1, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

$$6.20 \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2};$$

$$\text{a) } x_0 = 1, \quad \text{b) } x_0 = 2, \quad \text{c) } x_0 = \infty.$$

### Типовой расчет №7

В заданиях 7.1 – 7.20 найти указанные пределы.

$$7.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1}.$$

$$7.11 \quad \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$7.2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}.$$

$$7.12 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}.$$

$$7.3 \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}.$$

$$7.13 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+12} - 3}{2x^2 - x - 21}.$$

$$7.4 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}.$$

$$7.14 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$7.5 \quad \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$7.15 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

$$7.6 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

$$7.16 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$7.7 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.17 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.8 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}.$$

$$7.18 \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$7.9 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$7.19 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x+5} - 5}{\sqrt{x} - 2}.$$



$$7.10 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$7.20 \quad \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{36x} - 6}{2x^2 - 5x - 42}.$$

### Типовой расчет №8

8. В заданиях 8.1 – 8.20 найти указанные пределы, используя первый замечательный предел:

$$a. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{4x}.$$

$$8.11 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\sin^2 2x}.$$

$$8.2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{4x}.$$

$$8.12 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \operatorname{tg} 3x}{x^2}.$$

$$8.3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$8.13 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos 5x}{\sin 3x}.$$

$$8.4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{tg} 4x}{\sin^2 6x}.$$

$$8.14 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \operatorname{tg} 4x}{x^2}.$$

$$8.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$8.15 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 7x}{\sin 2x}.$$

$$8.6 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} 2x}{\sin^2 3x}.$$

$$8.16 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \operatorname{tg} 2x}{x^2}.$$

$$8.7 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$8.17 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cos 8x}{\sin 10x}.$$

$$8.7 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{tg} 4x}{\sin^2 6x}.$$

$$8.18 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \operatorname{tg} 3x}{x^2}.$$

$$8.9 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$8.19 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 5x}{\sin 8x}.$$

$$8.10 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$8.20 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x \operatorname{tg} 2x}{x^2}.$$

### Типовой расчет №9

9. В заданиях 9.1 - 9.20 продифференцировать указанные функции, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

- 9.1 a)  $y = \ln(\operatorname{arctg} 2x)$ ,  
 б)  $y = \cos(3x) \cdot e^{\sin x}$ ,  
 в)  $y = (3x - 4 \cdot \sqrt[3]{x+2})^4$ ,  
 г)  $y = \frac{4x + 7 \operatorname{tg} x}{\sqrt{1+9x^2}}$ ,  
 д)  $y = (\operatorname{arctg} 3x)^{\ln(\operatorname{arctg} x)}$ .
- 9.2 a)  $y = \cos(\ln 5x)$ ,  
 б)  $y = 2^{3x} \cdot \operatorname{tg} 2x$ ,  
 в)  $y = (3x^2 - 2 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 1)^2$ ,  
 г)  $y = \frac{\arcsin 3x}{1-8x^2}$ ,  
 д)  $y = x^{e^{\sin x}}$ .
- 9.3 a)  $y = \cos \sqrt{x^2 + 3}$ ,  
 б)  $y = 2^{\operatorname{tg} x} \cdot \ln 2x$ ,  
 в)  $y = (4x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}} + 4)^3$ ,  
 г)  $y = \frac{\arcsin 7x}{x^4 + e^x}$ ,  
 д)  $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\cos x)}$ .
- 9.4 a)  $y = \arcsin(\ln 4x)$ ,  
 б)  $y = 2^{8x} \cdot \operatorname{tg} 3x$ ,  
 в)  $y = (x^5 - \sqrt[3]{x} + 1)^5$ ,  
 г)  $y = \frac{\sqrt{1-4x^2}}{2^x + \operatorname{tg} x}$ ,  
 д)  $y = (\sin 4x)^{e^{5x}}$ .
- 9.5 a)  $y = \sin(\ln 5x)$ ,  
 б)  $y = e^{c \operatorname{tg} x} \cdot \sin 4x$ ,  
 в)  $y = (6x^2 - \frac{2}{x^4} + 5)^2$ ,  
 г)  $y = \frac{\cos 3x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$ ,  
 д)  $y = (\ln x)^{x^3}$ .
- 9.6 a)  $y = \ln(\sin 6x)$ ,  
 б)  $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin(x^2)$ ,  
 в)  $y = (x^3 - 4 \cdot \sqrt[4]{x^3} + 2)^3$ ,  
 г)  $y = \frac{\operatorname{arctg} 7x}{2-9x^2}$ ,  
 д)  $y = (\arcsin x)^{e^x}$ .

- 9.7 a)  $y = \sin(\ln 2x)$ ,  
 б)  $y = e^{ctgx} \cdot \cos 6x$ ,  
 в)  $y = (x^{2y} - 2 \cdot \sqrt[5]{x+4})^4$ ,  
 г)  $y = \frac{x^3 + e^x}{\sqrt{4-9x^3}}$ ,  
 д)  $y = (3x)^{\arcsin 9x}$ .
- 9.8 a)  $y = \ln(\cos 5x)$ ,  
 б)  $y = e^{\sin x} \cdot \arctg 3x$ ,  
 в)  $y = (x^4 + 2 \cdot \sqrt[3]{x+1})^2$ ,  
 г)  $y = \frac{\sqrt{3-5x^3}}{e^x - ctgx}$ ,  
 д)  $y = (ctg 3x)^{e^{2x}}$ .
- 9.9 a)  $y = \arcsin(\ln 2x)$ ,  
 б)  $y = e^{x^3} \cdot tg 7x$ ,  
 в)  $y = (3x^5 + \frac{1}{x^4} + 7)^3$ ,  
 г)  $y = \frac{x^4 + tgx}{\sqrt{4x^2 + 7}}$ ,  
 д)  $y = x^{e^{tgx}}$ .
- 9.10 a)  $y = \ln(\cos 7x)$ ,  
 б)  $y = 2^{\sin x} \cdot \arcsin 2x$ ,  
 в)  $y = (2x^4 - 3 \cdot \sqrt[3]{x-1})^4$ ,  
 г)  $y = \frac{\sqrt{2-x^2}}{\cos 2x}$ ,  
 д)  $y = (tgx)^{e^{4x}}$ .
- 9.11 a)  $y = \arctg(\ln 8x)$ ,  
 б)  $y = e^{\arcsin x} \cdot ctg 3x$ ,  
 в)  $y = (3x^5 + 2 \cdot \sqrt[4]{x-8})^5$ ,  
 г)  $y = \frac{ctgx - \cos x}{\sqrt{5x^2 + 1}}$ ,  
 д)  $y = (\sin x)^{\ln(\cos x)}$ .
- 9.12 a)  $y = \ln(\arcsin 3x)$ ,  
 б)  $y = 5^{\arctg x} \cdot \sin 4x$ ,  
 в)  $y = (x^3 - \frac{3}{x^2} + 4)^2$ ,  
 г)  $y = \frac{\sqrt{2-3x^5}}{\sin 2x}$ ,  
 д)  $y = x^{e^{\cos x}}$ .
- 9.13 a)  $y = \arctg(\ln 5x)$ ,  
 б)  $y = e^{x^4} \cdot \arcsin 2x$ ,  
 в)  $y = (5x^2 - 3 \cdot \sqrt[5]{x^2-2})^3$ ,

$$\text{д) } y = (x + 4)^{\text{tg}x}.$$

$$\text{г) } y = \frac{2^x - \text{ctgx}}{\sqrt{4 + 2x^3}},$$

$$9.14 \quad \text{а) } y = \ln(\cos 4x),$$

$$\text{б) } y = 4^{\text{tg}x} \cdot \text{arctg}3x,$$

$$\text{в) } y = (4x^4 - 3 \cdot \sqrt[3]{x} + 2)^3,$$

$$\text{г) } y = \frac{\text{arctg}2x}{x^4 + e^x},$$

$$\text{д) } y = (\text{ctgx})^{\ln x^3}.$$

$$9.15 \quad \text{а) } y = \text{arctg}(\ln 7x),$$

$$\text{б) } y = e^{\sin x} \cdot \arccos 3x,$$

$$\text{в) } y = (2x^3 - \frac{4}{x^4} + 1)^2,$$

$$\text{г) } y = \frac{\text{tg}x - \sin x}{\sqrt{x^2 + 1}},$$

$$\text{д) } y = (\text{arctg}2x)^{\sin x}.$$

$$9.16 \quad \text{а) } y = \ln(\sin 7x),$$

$$\text{б) } y = 5^{6x} \cdot \arcsin 5x,$$

$$\text{в) } y = (e^x - \cos 3x + 1)^6,$$

$$\text{г) } y = \frac{x^3 - \sin x}{\text{tg}x},$$

$$\text{д) } y = (x^4 + 5)^{\text{ctgx}}.$$

$$9.17 \quad \text{а) } y = \text{arctg}(\ln 5x),$$

$$\text{б) } y = e^{\arcsin x} \cdot \cos 4x,$$

$$\text{в) } y = (2^{\sin x} - \frac{4}{x-1} + 5)^8,$$

$$\text{г) } y = \frac{\ln 4x - x^5}{x^3 - 3x},$$

$$\text{д) } y = (\sin x)^{\frac{5x}{2}}.$$

$$9.18 \quad \text{а) } y = \ln(\arcsin 2x),$$

$$\text{б) } y = 4^{\text{arctg}x} \cdot \cos 6x,$$

$$\text{в) } y = (e^{\sin x} - \frac{4}{\sqrt{x-1}} - 10)^7,$$

$$\text{г) } y = \frac{\sin 4x - x^3}{x^2 - 3x^7},$$

$$\text{д) } y = (x^2 + 1)^{\cos x}.$$

$$9.19 \quad \text{а) } y = \sin(\ln 7x),$$

$$\text{б) } y = e^{\sin x} \cdot \text{arctg}3x,$$

$$\text{в) } y = (10^{\cos x} - \ln x - 10x)^4,$$

$$\text{г) } y = \frac{\cos 4x - 2x^{15}}{x^{13} - 3x^2},$$

$$\text{д) } y = (\sin x)^{\sqrt{x}}.$$

9.20 а)  $y = \ln(\cos 6x)$ ,

б)  $y = 2^{\arctg x} \cdot \arcsin 2x$ ,

в)  $y = (e^{\ln x} + \arctg 5x - 10x^5)^4$ ,

г)  $y = \frac{\sin 3x - 2 \cos x}{x^{10} - 3x^{12}}$ ,

д)  $y = (\sin \sqrt{x})^{e^x}$ .

### Типовой расчет №10

10. В заданиях с 10.1-10.20 исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления, начертить их графики.

10.1  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ .

10.11  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ .

10.2  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ .

10.12  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$ .

10.3  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ .

10.13  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ .

10.4  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8$ .

10.14  $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 7$ .

10.5  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 32$ .

10.15  $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 20$ .

10.6  $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 21$ .

10.16  $y = 2x^3 + 15x^2 + 36x + 32$ .

10.7  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 4$ .

10.17  $y = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 61$ .

10.8  $y = 2x^3 + 9x^2 - 24x - 56$ .

10.18  $y = 2x^3 + 15x^2 + 24x - 2$ .

10.9  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 18$ .

10.19  $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 26$ .

10.10  $y = x^3 + 3x^2 - 24x - 21$ .

10.20  $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17$ .

### Типовой расчет №11

11. В задачах 11.1- 11.20 вычислить интегралы:

11.1. а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \sin^2 \sqrt{x}}$ ; б)  $\int x^2 \ln x dx$ ; в)  $\int \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 3x - 4} dx$ ; д)  $\int_2^3 (x^2 + 5x + 2) dx$

$$11.2. a) \int x \cos(x^2 + 1) dx; b) \int x \cos x dx; c) \int \frac{x^3 - x^2 - 4x - 1}{x^2 - x - 6} dx; d) \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3x dx$$

$$11.3. a) \int \frac{1 + \operatorname{tg} 3x}{\cos^2 3x} dx; b) \int \arcsin 3x dx; c) \int \frac{x^3 - 3x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x - 4} dx; d) \int_2^3 \frac{dx}{(1 + 2x)^2}$$

$$11.4. a) \int \sqrt{\sin x} \cos x dx; b) \int \arccos 2x dx; c) \int \frac{x^3 - 2x^2 - x - 2}{x^2 - 2x + 3} dx; d) \int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$11.5. a) \int \frac{dx}{x \ln x}; b) \int x \sin x dx; c) \int \frac{x^3 - x^2 - 10x - 1}{x^2 - x - 12} dx; d) \int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$$

$$11.6. a) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1 + \sin x}}; b) \int x \ln 2x dx; c) \int \frac{x^3 - 14x}{x^2 - 16} dx; d) \int_e^{e^2} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

$$11.7. a) \int \frac{x^2 dx}{9 + x^6}; b) \int e^{-2x} x dx; c) \int \frac{x^3 + 4x^2 - 3x + 4}{x^2 + 4x - 5} dx; d) \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 4}}$$

$$11.8. a) \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx; b) \int \ln(x + 3) dx; c) \int \frac{x^3 + x^2 - 4x + 1}{x^2 + x - 6} dx; d) \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$$

$$11.9. a) \int \frac{x dx}{\cos^2(x^2 + 3)}; b) \int x e^{-x} dx; c) \int \frac{x^3 + 2x^2 - 6x + 2}{x^2 + 2x - 8} dx; d) \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$11.10. a) \int \frac{x^2 dx}{(x^3 + 6)}; b) \int \ln 3x dx; c) \int \frac{x^3 - 2x^2 - 6x - 1}{x^2 - 2x - 8} dx; d) \int_1^e \ln x dx$$

$$11.11. a) \int x e^{x^2} dx; b) \int \arcsin 3x dx; c) \int \frac{x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 + x - 12} dx; d) \int_{-1}^0 (2x + 3) e^{-x} dx$$

$$11.12. a) \int \sin x \cos^2 x dx; b) \int \operatorname{arctg} 2x dx; c) \int \frac{x^3 - 3x^2 - 8x - 3}{x^2 - 3x - 10} dx; d) \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11 + 5x)^3}$$

$$11.13. a) \int \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}; b) \int \frac{\ln x}{x^2} dx; c) \int \frac{x^3 - 4x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4x - 5} dx; d) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 1) \cos x dx$$

$$11.14. a) \int (1 + \sin x)^2 \cos x dx; b) \int x \sin 2x dx; c) \int \frac{x^3 - 7x}{x^2 - 9} dx; d) \int_1^2 \left( x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$$

$$11.15. a) \int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx; b) \int (x + 1) \sin x dx; c) \int \frac{x^3 - x^2 - 1}{x^2 - x - 2} dx; d) \int_1^{e^3} \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln x}}$$

$$11.16. a) \int \frac{x dx}{\sqrt{2+x^2}}; b) \int \operatorname{arctg} 4x dx; c) \int \frac{x^3 + 3x^2 - 8x + 3}{x^2 + 3x - 10} dx; d) \int_4^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{64-x^2}}$$

$$11.17. a) \int \sin x e^{\cos x} dx; b) \int \arcsin 2x dx; c) \int \frac{x^3 + x^2 - 18x + 1}{x^2 + x - 20} dx; d) \int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x dx$$

$$11.18. a) \int \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx; b) \int x \ln x dx; c) \int \frac{x^3 + 2x^2 - 13x + 2}{x^2 + 2x - 15} dx; d) \int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 1} dx$$

$$11.19. a) \int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx; b) \int (x+2) \cos x dx; c) \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 2x - 2} dx; d) \int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx$$

$$11.20. a) \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos^2 x}}; b) \int \arccos 4x dx; c) \int \frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 + 2x - 3} dx; d) \int_0^5 x e^x dx$$

### Типовой расчет №12

12. В заданиях 12.1- 12.20 вычислить площадь, объем фигуры, ограниченной линиями:

12.1 Найти площадь фигуры, ограниченной прямыми  $y = -4x$ ,  $x = -3$ ,  $x = -1$  и осью  $Ox$ .

12.2 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и прямой  $y = 9$ .

12.3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = e^{-2x}$ , прямыми  $x = -0,5$ ,  $x = 1$  и осью абсцисс.

12.4 Найти площадь фигуры, ограниченной ветвью гиперболы  $y = -\frac{2}{x}$ , прямыми  $x = 1$ ,  $x = 5$  и осью  $Ox$ .

12.5 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 6x - x^2$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 3$  и осью абсцисс.

12.6 Найти площадь части гиперболы  $y = \frac{3}{x}$ , отсекаемой от нее прямой  $x + y - 4 = 0$ .

12.7 Найти площадь фигуры, отсекаемой от параболы  $y = 3x - x^2$  прямой  $5x - y - 8 = 0$ .

12.8 Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = 16x$  и прямой  $y = x$ .

12.9 Найти площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = 6x^2$  и  $y = 2x^3$ .

12.10 Найти площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = 8x - x^2$  и  $y = x^2 + 18x - 12$ .

12.11 Найти площадь, ограниченную кривой  $y = x(x-1)(x-2)$  и осью  $Ox$ .

12.12 Вычислить площадь, заключенную между кривой  $y = \operatorname{tg} x$ , осью  $Ox$  и прямой  $x = \frac{\pi}{3}$ .

12.13 Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$  и прямой  $y = 2x$

12.14 Найти объем тела, полученного от вращения вокруг оси  $Ox$  трапеции, образованной прямыми  $y = \frac{x}{2}$ ,  $x = 4$ ,  $x = 6$  и осью  $Ox$ .

12.15 Найти объем тела, полученного от вращения вокруг оси  $Oy$  трапеции, образованной прямыми  $y = 3x$ ,  $y = 2$ ,  $y = 4$  и осью ординат.

12.16 Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной одной полуволной синусоиды  $y = \sin x$  и отрезком  $[0, \pi]$  оси абсцисс.

12.17 Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной дугой кубической параболы  $y = x^3 - 4x$  и осью абсцисс.

12.18 Найти объем тела, образованного вращением эллипса  $4x^2 + 9y^2 = 36$  вокруг его малой оси.

12.19 Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной параболой  $y = 2x^2$  и  $y = x^3$ .

12.20 Фигура, образованная в результате пересечения параболы  $y^2 = 4x$  и прямой  $y = x$ , вращается вокруг оси  $Ox$ . Найти объем тела вращения.

### Типовой расчет №13

13. В задачах 13.1- 13.20 решить дифференциальные уравнения первого порядка:

13.1.  $y' = \frac{x + 8y}{8x + y}$ ;      13. 2.  $xyy' = x^2 + y^2$ ;      13.3.  $y' = \frac{x + y}{x - y}$ ;

13.4.  $xy' + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$ ;      13. 5.  $xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0$ ;      13.6.  $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$ ;

13.7.  $xyy' = x^2 - y^2$ ;      13.8.  $(x - y)y' = 2x + y$ ;      13.9.  $xy' + y \ln^2 \frac{y}{x} = 0$ ;

13.10.  $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$ ;      13.11.  $xy' = y + 2x \operatorname{ctg} \frac{y}{x}$ ;      13.12.  $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$ ;

13.13.  $xyy' = 2x^2 + y^2$ ;      13.14.  $x^2 y' = y^2 + xy + x^2$ ;      13.15.  $(2x + y)y' = x + 2y$ ;

13.16.  $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}}$ ;      13.17.  $(x - 2y)y' = (x + y)$ ;      13.18.  $xy' = y + 3x \sin \frac{y}{x}$ ;



$$13.19. xy' = y + y \ln \frac{y}{x}; \quad 13.20. (3x + y)y' = x + 3y.$$

### Типовой расчет №14

В задачах 14.1 – 14.20 найти частное решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$$14.1. y'' - 7y' + 10y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -1.$$

$$14.2. y'' + 2y' + 10y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$14.3. y'' - 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$14.4. y'' + 8y' + 7y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 1.$$

$$14.5. y'' + 9y = 0; \quad y(\pi) = 0; \quad y'(\pi) = -1.$$

$$14.6. y'' - 7y' + 12y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$14.7. y'' + 9y' = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -3.$$

$$14.8. y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$$

$$14.9. y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 0.$$

$$14.10. y'' - 2y' + 5y = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 0.$$

$$14.11. y'' + 16y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = 0.$$

$$14.12. y'' + 10y' + 25y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$$

$$14.13. y'' - 6y' = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2.$$

$$14.14. y'' - 4y' + 4y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

$$14.15. y'' - 8y' + 15y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -2.$$

$$14.16. y'' - 4y' + 17y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$14.17. y'' - 2y' + y = 0; \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 2.$$

$$14.18. y'' + y = 0; \quad y(\pi) = -1; \quad y'(\pi) = -4.$$

$$14.19. y'' - 7y' + 6y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 0.$$

$$14.20. y'' + 8y' + 16y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

### Типовой расчет №15

В задачах 15.1 – 15.20 найти общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$15.1. y'' - 2y' = 3x^2 + 1$$

$$15.11. y'' + 2y' = x^2 - 3x + 1$$

$$15.2. y'' - 5y' + 6y = 2xe^{-x}$$

$$15.12. y'' - 5y' - 24y = (2x + 3)e^x$$

$$15.3. y'' + 8y' = (x-1)e^{2x}$$

$$15.13. y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x}$$

$$15.4. y'' - 6y' + 8y = 3e^{4x}$$

$$15.14. y'' + 2y' - 3y = -2e^{3x}$$

$$15.5. y'' - 2y' - 3y = xe^{-x}$$

$$15.15. y'' + 8y' = (x^2 + 1)e^{-x}$$

$$15.6. y'' + y' - 2y = (x = 2)e^{-2x}$$

$$15.16. y'' + 4y' + 3y = -xe^{-x}$$

$$15.7. y'' + 2y' - 8y = (3x+1)e^{2x}$$

$$15.17. y'' - 2y' - 3y = (x + 2)e^{-x}$$

$$15.8. y'' + 7y' = 2x^2 + x$$

$$15.18. y'' + y' + 6y = 2(x - 1)e^{2x}$$

$$15.9. y'' - y' = 8x^2 e^x$$

$$15.19. y'' - 4y' = 2x^2 - 3x + 1$$

$$15.10. y'' + 3y' - 10y = 2x^2 e^x$$

$$15.20. y'' - 5y' + 6y = 2xe^{3x}$$

### Типовой расчет №16

В заданиях 16.1-16.20 применить классическое определение вероятности:

16.1. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены 3 детали. Найти вероятность, что среди извлечённых деталей 1) нет бракованных; 2) нет годных.

16.2. Комиссия по качеству раз в месяц проверяет качество продуктов в двух из 20 магазинов, среди которых два принадлежат фирме «Заря». Найти вероятность того, что в течение месяца 1) оба они будут проверены; 2) ни один из них не будет проверен.

16.3. В бригаде 8 рабочих, среди которых 2 женщины. Для выполнения работы по табельным номерам наудачу отобраны 5 человек. Найти вероятность того, что среди них 1) не окажется женщин; 2) окажутся обе женщины.

16.4. В ящике 50 арбузов, причем 10 из них являются некондиционными. Найти вероятность того, что взятые наудачу 2 арбуза окажутся 1) кондиционными; 2) некондиционными.

16.5. В корзине 20 яиц, среди которых 3 испорченных. Наудачу выбирают 5 яиц. Найти вероятность того, что среди них 1) нет испорченных; 2) только одно испорченное.

16.6. Линия электропередачи, длиной 20 км, соединяющая пункты А и В, порвалась в неизвестном месте. Найти вероятность того, что она порвалась не далее чем 1) в 1,5 км от пункта В; 2) в 2 км от пункта А.

16.7. В хозяйстве имеется 8 тракторов, причём 5 из них на гусеничном ходу. Найти вероятность, что в наудачу выбранный момент из трёх работающих тракторов 1) один на гусеничном ходу, а остальные колёсные; 2) все гусеничные.

16.8. Грузовая машина перевозит зерно от трёх комбайнов. За смену она сделала 5 рейсов от первого комбайна, 4 от второго и 3 от третьего? Найти частоты перевозок от каждого комбайна?

16.9. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры, которые он набрал наугад. Найти вероятность, того, что будут набраны нужные цифры. Какова вероятность того, что будут набраны нужные цифры, если известно, что цифры должны быть различными?

16.10. По данным многолетних наблюдений в данном районе число дождливых дней в октябре равно 15. Найти вероятность того, что 1) первого октября будет ясный день; 2) первого октября будет дождь; 3) первые два дня в октябре будут ясными?

16.11. Из 10 акционерных обществ (АО) три являются банкротами. Гражданин приобрёл по одной акции четырёх АО. Найти вероятность того, что среди купленных акций 1) нет акций банкротов; 2) одна акция банкрота.

16.12. Найти вероятность того, что 1) при бросании одной игральной кости (кубика) выпадет нечётное число очков; 2) при бросании двух игральных костей выпадет в сумме 5 очков.

16.13. В книге 105 страниц. Найти вероятность того, что нужная формула находится на странице, которая оканчивается цифрой 1) 1; 2) 6.

16.14. Для посева заготовлена смесь, состоящая из 100г белой, 300г цветной и 600г чёрной фасоли. Найти вероятность того, что наудачу отобранное зерно 1) белое; 2) чёрное.

16.15. На склад поступило 100 ящиков огурцов от двух бригад, причём от первой поступило 40 ящиков. Найти вероятность того, что из двух наудачу выбранных ящиков 1) оба поступили от первой бригады; 2) от первой бригады поступил один ящик.

16.16. Для озеленения пустыря завезли 150 саженцев деревьев. Среди них 40 тополей, 40 клёнов, 50 сосен 20 елей. Найти вероятность того, что первое наугад выбранное для посадки дерево окажется 1) хвойным; 2) лиственным.

16.17. Среди 200 ампул, проверенных на герметичность, оказалось 3 с трещинами. Найти относительную частоту появления ампул 1) с трещинами; 2) без трещин.

16.18. Опытный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 100м. Под пшеницу была выделена площадь 100 кв. м. Какова вероятность, что в данном месте участка посеяна пшеница.

16.19. За бригадой были закреплены 5 прицепных и 7 навесных культиваторов. Какова вероятность, что из трёх наудачу выбранных культиваторов 1) один навесной; 2) два навесных.

16.20. В хозяйстве из 15 тракторов не отремонтировано 3. Найти вероятность того, что из пяти выбранных наугад 1) все исправны; 2) один неисправен.

## Типовой расчет №17

17. В заданиях 17.1-17.20 применить формулы сложения и умножения вероятностей:

17.1. При изготовлении некоторого изделия брак составляет 2% от общего количества. Из числа годных изделий 90% составляют изделия первого сорта. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие будет первого сорта.

17.2. В тракторной бригаде работают 3 трактора одной марки. Вероятность того, что каждый из них будет работать без вмешательства механика, равна 0,96. Найти вероятность того, что 1) все тракторы не потребуют вмешательства механика; 2) хотя бы один трактор потребует внимания механика.

17.3. В корзине находится 10 яиц, среди которых 3 штуки испорченные. Первое разбитое яйцо оказалось некачественным. Какова вероятность того, что второе наугад разбитое яйцо будет качественным.

17.4. Вероятность правильного оформления счёта на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счёта. Найти вероятность того, что 1) оба счёта оформлены правильно; 2) хотя бы один счёт оформлен неправильно.

17.5. Для сигнализации об аварии установлены 2 независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор равна 0,95, а для второго эта вероятность равна 0,9. Найти вероятность, что при аварии сработает 1) хотя бы один сигнализатор; 2) оба сигнализатора.

17.6. В мастерской по ремонту сельхозинвентаря имеется три резервных электродвигателя. Для каждого из них вероятность того, что в данный момент электродвигатель включён равна 0,2. Найти вероятность того, что в данный момент из числа резервных 1) все двигатели включены; 2) включён хотя бы один двигатель.

17.7. Вероятность того, что комбайн на уборке пшеницы будет работать без поломок, равна 0,8. Вероятность безотказной работы автомашины равна 0,85. Найти вероятность того, что уборка будет произведена без остановок из-за поломок.

17.8. Для посадки заготовили три сорта картофеля. Первого сорта заготовили 500кг, второго – 300кг и третьего – 200 кг. Какова вероятность того, что наудачу выбранный клубень либо первого, либо второго сорта?

17.9. В книге 100 страниц. Какова вероятность того, что нужная формула находится на странице, номер которой будет кратным 4 или 5?

17.10. Партия семян, состоящая из 10 мешков, принимается, если при проверке семян из выбранных наудачу двух мешков они окажутся удовлетворяющими стандарту. Найти вероятность приёмки партии, содержащей в четырёх мешках нестандартные семена.

17.11. Для полива участка вода поставляется двумя насосами. Вероятность бесперебойной работы в течение смены для одного из них равна 0,9, а для другого – 0,85. Найти вероятность того, что в течение смены будут работать 1) оба насоса; 2) хотя бы один из них.

17.12. Вероятность установления в Саратовской области устойчивого снежного покрова до 10 ноября равна 0,2. Найти вероятность того, что два года подряд с 10 ноября в области установится устойчивый снежный покров.

17.13. Пахотный агрегат состоит из трактора и плуга. Вероятность безостановочной работы трактора в течение смены равна 0,9, а вероятность поломки плуга равна 0,15. Найти вероятность того, что в течение смены агрегат будет работать без остановок из-за поломок.

17.14. В зернохранилище поступает зерно от двух хозяйств. В течение смены от первого хозяйства поступает 12 автомашин, а от второго – 15. Какова вероятность того, что прибывшие подряд две машины принадлежат второму хозяйству?

17.15. В стаде из 30 животных одной породы оказалось 5 без прививки. Наудачу выбирают двух животных. Какова вероятность, что они оба привитые?

17.16. Установлено, что 5% яблок данной партии поражены паршой. Какова вероятность, что 2 яблока, выбранные из них наугад, здоровые?

17.17. При подготовке семян к посеву установлено, что повреждённые семена составляют 5%. Для целых семян всхожесть составляет 85%. Какова вероятность, что из наудачу взятого зерна вырастет растение?

17.18. Среди 1000 початков кукурузы, заготовленной на семена, 400 штук имеют массу менее 250 г; 300 штук – более 250 г, но менее 275г; остальные имеют массу большую 275г. Какова вероятность того, что масса наугад взятого початка окажется более 250 г?

17.19. На делянке в посевах пшеницы 95% здоровых растений. Выбирают два растения. Определить вероятность того, что среди них хотя бы одно окажется здоровым?

17.20. В теплицу завезли три сорта удобрений: 15 пакетов аммиачной селитры, 10 пакетов мочевины и 5 пакетов кальциевой селитры. Найти вероятность того, что наудачу выбранный пакет окажется мочевиной или аммиачной селитрой.

### Типовой расчет №18

**18.** В заданиях 18.1-18.20 применить формулы полной вероятности и Байеса:

18.1. Двое рабочих изготовили по одинаковому количеству деталей. Вероятность изготовления бракованной детали для первого рабочего равна 0,1, а для второго - 0,15. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется годной. Найти вероятность того, что годная деталь изготовлена первым рабочим.

18.2. Заготовлены семена трёх сортов пшеницы, причём семена первого сорта составляют 50%, второго – 30%, и третьего 20%. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зёрен, равна для первого сорта 0,8, для второго- 0,7 и для третьего 0,6. Наудачу собранный колос содержит более 50 зёрен. Какова вероятность, что он вырос из зерна второго сорта.

18.3. Детали на сборку плуга поступают из двух цехов: 70% из первого цеха, из второго – 30%. Среди деталей первого цеха 10% брака, среди деталей второго цеха 5% брака. Какова вероятность того, что выбранная годная деталь изготовлена во втором цехе?

18.4. Для посадки заготовили семена двух сортов огурцов: 40% сорта «Конкурент» и 60% сорта «Неженский». Всхожесть сорта «Конкурент» составляет 80%, сорта «Неженский» – 85%. Посаженное семя проросло. Какова вероятность того, что проросло семя сорта «Конкурент»?

18.5. Для посадки заготовили 70 саженцев яблони и 30 саженцев груши. Стандартные саженцы среди яблонь составляют 80%, среди груш 85%. Какова вероятность, что наудачу взятый саженец стандартный?

18.6. Поле вспахано тремя агрегатами, состоящими из трактора и комплекта плугов. Производительность первого агрегата больше, чем второго в 2 раза. Производительность третьего агрегата равна производительности первых двух вместе взятых. Вероятность вспашки на заданную глубину для первого агрегата составляет 0,9, для второго – 0,95 и для третьего – 0,8. Был обнаружен брак в пахоте. Какова вероятность того, что он был допущен при работе первого агрегата?

18.7. В магазин поступают электролампы, изготовленные на двух заводах, причём первый завод поставляет 60% от общего количества электроламп. Продукция первого завода содержит 10% брака, второго – 15%. Какова вероятность того, что купленная в магазине стандартная лампа изготовлена на втором заводе?

18.8. На сборку трактора поступают детали от трёх станков, производительность которых относится как 1:2:3. Причём брак составляет для них соответственно 1%; 1,5%; 0,5%. Взятая наугад деталь оказалась годной. Найти вероятность того, что она изготовлена на втором станке.

18.9. Для посадки на опытном участке заготовили семена трёх сортов пшеницы, причём первого сорта заготовили 200г, второго 300г и третьего – 500г. Всхожесть семян составляет соответственно 90%, 85%, 80%. Найти вероятность того, что наугад взятое зерно прорастёт.

18.10. В каждой из двух урн содержится 6 чёрных и 4 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечён один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлечённый из второй урны, окажется чёрным.

18.11. В каждой из двух урн содержится 7 белых и три чёрных шара. Из второй урны наудачу извлечён один шар и переложен в первую. Найти вероятность, что шар, извлечённый из первой урны, окажется белым.

18.12. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и усиленном. В нормальном режиме он работает 80% времени, а в усиленном – 20%. Вероятность выхода прибора из строя в течение смены в нормальном режиме равна 0,1, а в усиленном – 0,7. Найти вероятность того, что прибор в течение смены не выйдет из строя.

18.13. Одну и ту же операцию выполняют рабочие 3-го, 4-го и 5-го разрядов, производительности которых относятся как 2:3:5. При этом рабочие 5-го разряда допускают 2% брака, 4-го – 3%, а 3-го – 5%. При проверке деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что её изготовил рабочий 5-го разряда?

18.14. На молочный завод ежедневно поступает молоко с двух ферм: 70 фляг с первой и 30 – со второй. Вероятность того, что жирность молока не ниже 4% для продукции первой фермы равна 0,75, а для второй – 0,8. В наудачу выбранной фляге молоко содержало жира более 4%. Какова вероятность того, что фляга поступила со второй фермы?

18.15. В инкубатор заложили яйца двух сортов. Первого сорта – 80%, второго – 20%. Вероятность того, что из яйца первого сорта вылупится цыплёнок, равна 0,95, а для второго – 0,8. Какова вероятность того, что наудачу взятый цыплёнок вылупился из яйца второго сорта?

18.16. Трое рабочих изготавливают одинаковые детали: первый – 12, второй – 15, а третий 18 штук в день. Вероятность того, что деталь, изготовленная первым мастером, будет стандартной равна 0,95, вторым – 0,9, а третьим – 0,85. Наудачу взятая деталь оказалась стандартной. Какова вероятность, что она изготовлена вторым рабочим?

18.17. Азотные удобрения поступают на склад хозяйства из пунктов А и В, причём из пункта А в 2 раза больше, чем из пункта В. Вероятность того, что удобрения из пункта А удовлетворяют стандарту равна 0,8, а из пункта В – 0,75. Найти вероятность того, что взятое для пробы на складе хозяйства удобрение удовлетворяет стандарту.

18.18. Три бригады возят на сортировку картофель. Первая бригада сдала 35% картофеля, вторая – 45%, третья – 20%. Доля некондиционного картофеля из первой бригады составляет 0,04, второй – 0,06, третьей – 0,03. Найти вероятность того, что взятый наудачу клубень окажется кондиционным и убран первой бригадой.

18.19. Изделие проверяется на стандартность одним из двух контролёров. Первый из них проверяет 60% изделий. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным, для первого контролёра равна 0,95, для второго – 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй контролёр.

18.20. Вероятности того, что во время работы ЭВМ произойдёт сбой в оперативной памяти и остальных устройствах, относятся как 4:6. Вероятность обнаружения сбоя в оперативной памяти равна 0,8, а в остальных устройствах – 0,9. Найти вероятность того, что возникший сбой будет обнаружен.

### **Типовой расчет №19**

**19.** В заданиях 19.1-19.20 составить закон распределения, определить числовые характеристики дискретной случайной величины:

19.1. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет в цель до первого попадания или пока не израсходует патроны. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле 0,25. Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа израсходованных патронов.

19.2. Монета брошена три раза. Случайная величина  $X$  – число появления герба. Написать закон распределения и построить многоугольник распределения случайной величины  $X$ .

19.3. Составить закон распределения попадания в цель при четырех выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле 0,25.

19.4. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,5, вторым – 0,4. Составить закон числа попаданий в мишень.

19.5. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые посетит студент, если в городе четыре библиотеки.

19.6. Независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы следующими законами распределения:

<b>X</b>	0	2	5
p	0,15	0,25	0,6

<b>Y</b>	1	2	4	5
p	0,1	0,35	0,15	0,4

Составить законы случайных величин  $X + Y$ ,  $XY$ ,  $0,5Y$ .

19.7. Независимые случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы следующими законами распределения:

<b>X</b>	0	2	4	6
p	0,1	0,2	0,3	0,4

<b>Y</b>	-1	1	3	5
p	0,2	0,3	0,3	0,2

Составить законы распределения случайных величин  $X + Y$ ,  $XY$ .

19.8. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

<b>X</b>	3	5	7	10
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

19.9. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

<b>X</b>	1	2	3	4	5
p	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

Найти функцию распределения этой случайной величины.

19.10. Монета брошена три раза. Случайная величина  $X$  – число появления герба. Построить ряд распределения этой случайной величины и найти ее интегральную функцию распределения.



19.11. В студенческой группе организована лотерея. Разыгрываются две вещи стоимостью по 15 рублей, и одна стоимостью 55 рублей. Составить закон распределения суммы чистого выигрыша для студента, который приобрел один билет за 2 рубля; всего продано 50 билетов.

19.12. Стрелок сделал 3 выстрела по мишени с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,6. Найти интегральную функцию распределения числа попаданий по мишени и построить ее график.

19.13. Среди 10 лотерейных билетов имеются 4 билета с выигрышем. Наудачу покупают 2 билета. Написать закон распределения вероятностей числа выигрышных билетов среди купленных.

19.14. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	2	3	5
$p$	0,1	0,4	0,5

Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины  $X$ .

19.15. В партии из 20 курток 5 имеют скрытый дефект. Найти закон распределения числа дефектных курток среди 3 купленных.

19.16. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	-2	5	7
$p$	0,5	0,2	0,3

Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины  $X$ .

19.17. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	1	3	4	5
$p$	0,1	0,4	0,2	0,3

Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины  $X$ .

19.18. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету 0,4. Приобретено 30 билетов. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа билетов, на которые выпадет выигрыш.

19.19. Вероятность появления бракованной детали равна 0,3. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа годных деталей в партии из 1000 штук.

19.20. Проведено 100 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления некоторого события равна 0,6. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение числа появления события в этих испытаниях.

### Типовой расчет №20

20. В заданиях 20.1-20.20 определить вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал, найти функции распределения и функции плотности, числовые характеристики непрерывной случайной величины:

20.1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -3 \\ \frac{x}{3} + 1 & \text{при } -3 < x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение в интервале  $(-1, 0)$ .

20.2. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ x & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Определить вероятность того, что случайная величина  $X$  в результате испытания примет значение, больше 0,5, но менее 0,8.

20.3. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1 \\ x - 1 & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Определить вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале:

а) (1,3; 1,5);

б) (1,2; 1,8).

20.4. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

20.5. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 5 \\ \frac{x}{5} - 1 & \text{при } 5 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

20.6. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -2 \\ \frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

20.7. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \sin x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

20.8. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{3}{2} \sin 3x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Найти вероятность того, что  $X$  примет значение в интервале  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ .

20.9. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ \frac{2x}{(1+x^2)^2} & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что значение случайной величины  $X$  содержится в интервале  $(1, 3)$ .

20.10. Плотность распределения вероятностей задана формулой  $f(x) = \frac{a}{1+x^2}$ .

Найти коэффициент  $a$  и функцию распределения вероятностей случайной величины  $X$ .

20.11. Случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -\frac{\pi}{2} \\ a \cos x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Определить коэффициент  $a$ .

20.12. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей  $f(x)$ . Найти интегральную функцию распределения  $F(x)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

20.13. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей  $f(x)$ . Найти интегральную функцию распределения  $F(x)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

20.14. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 4 \\ 2x - 8 & \text{при } 4 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

20.15. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{3x^2}{8} & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

20.16. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{\sin x}{2} & \text{при } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{при } x > \pi \end{cases}$$

20.17. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

20.18. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 0,25 \sin \frac{x}{2} & \text{при } 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0 & \text{при } x > 2\pi \end{cases}$$

20.19. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 0,5 \cos x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

20.20. Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной дифференциальной функцией распределения  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

### Типовой расчет №21

21. В задачах 21.1-21.20 даны выборки из некоторых генеральных совокупностей. Требуется для рассматриваемого признака

1) Построить интервальный ряд распределения; для каждого интервала подсчитать локальные, а также накопленные частоты; построить вариационный ряд.

Построить полигон и гистограмму;

Определить выборочную среднюю; а также низшую и высшую частные средние; моду и медиану; дисперсию и среднее квадратическое отклонение; коэффициент вариации;

1) Проверить при уровне значимости 0,05 гипотезу о нормальном законе распределения соответствующего признака с помощью критериев согласия  $\chi^2$  — Пирсона и  $\omega^2$  — Смирнова;

2) Найти точечные и интервальные оценки генеральной средней и среднего квадратического отклонения (при доверительной вероятности  $p = 0,95$ );

- 3) Найти ошибки выборочных оценок;
- 4) Произвести анализ всех вычисленных статистических параметров.

**21.1.** На 60 сортоиспытательных участках определена следующая урожайность яровой пшеницы, ц/га:

23,9; 18,4; 23,1; 16,3; 21,8; 17,6; 17,7; 19,4; 19,1; 18,3; 23,1; 21,7; 18,0; 19,2; 19,5; 19,2; 18,2; 20,2; 25,1; 19,6; 24,2; 22,5; 23,2; 16,4; 21,9; 21,7; 19,6; 19,8; 20,5; 20,7; 21,2; 25,0; 21,6; 21,2; 20,1; 20,9; 20,6; 18,1; 19,5; 20,1; 25,0; 21,6; 20,5; 20,4; 20,6; 21,3; 25,1; 21,7; 21,3; 20,2; 22,9; 23,4; 22,1; 17,3; 20,8; 22,6; 19,5; 21,4; 19,6; 22,3.

Провести статистическую обработку данных.

**21.2.** Среднемесячная зарплата 100 работников хозяйства за истекший год, тыс. руб.:

3,2; 3,1; 2,3; 3,4; 3,0; 3,6; 2,8; 3,5; 2,1; 1,9; 2,2; 3,1; 3,4; 2,6; 2,9; 3,6; 2,6; 3,3; 3,5; 3,0; 2,7; 1,8; 2,0; 2,2; 2,6; 2,5; 4,2; 2,9; 1,8; 2,4; 3,9; 1,8; 1,9; 3,4; 4,0; 3,7; 2,9; 2,4; 2,5; 2,8; 4,0; 2,0; 3,4; 1,7; 3,3; 3,1; 2,5; 2,9; 2,7; 2,6; 2,6; 3,1; 3,2; 3,8; 2,9; 4,3; 3,9; 2,8; 2,8; 2,1; 2,6; 4,1; 2,9; 2,8; 2,7; 3,0; 3,1; 2,4; 2,8; 3,3; 1,7; 3,3; 3,4; 3,9; 3,1; 3,4; 3,3; 3,1; 3,3; 3,2; 2,7; 2,3; 2,9; 3,2; 3,1; 2,3; 3,0; 3,4; 3,6; 2,8; 3,4; 2,6; 2,9; 2,6; 3,3; 3,7; 3,5; 3,0; 1,7; 1,8.

Обработать данные 1- 60 работников хозяйства.

**21.3.** Обработать данные 11—70 работников хозяйства, представленные в 21.2.

**21.4.** Обработать данные 21—80 работников хозяйства, представленные в 21.2.

**21.5.** Обработать данные 31—90 работников хозяйства, представленные в 21.2.

**21.6.** Обработать данные 41—100 работников хозяйства, представленные в задаче 21.2.

**21.7.** Результаты взвешивания 90 коров, ц:

4,5; 4,7; 3,4; 5,4; 4,6; 5,0; 3,8; 4,7; 5,6; 4,0; 5,1; 4,9; 3,3; 3,5; 4,3; 5,5; 4,5; 4,24 5,1; 4,9; 4,5; 3,4; 4,0; 5,1; 4,7; 5,8; 4,4; 4,6; 4,8; 5,7; 3,3; 4,4; 4,9; 3,3; 5,5; 4,5; 5,1; 3,7; 4,8; 5,3; 4,1; 4,2; 5,2; 4,8; 3,2; 3,4; 5,7; 4,5; 4,5; 4,7; 4,5; 4,6; 3,7; 5,9; 4,6; 4,9; 4,1; 4,7; 5,2; 4,2; 5,0; 4,8; 3,6; 3,8; 4,3; 5,2; 4,6; 4,4; 5,1; 5,0; 4,4; 3,6; 4,0; 5,3; 4,7; 5,5; 4,4; 4,6; 4,8; 5,4; 3,9; 4,4; 4,9; 3,7; 5,2; 4,5; 5,1; 4,0; 4,8; 5,3.

Обработать данные взвешивания 1—60 коров.

**21.8.** Обработать данные взвешивания 11—70 коров, представленные в 3.7.

**21.9.** Обработать данные взвешивания 21 – 80 коров, представленные в 21.7.

**21.10.** Обработать данные взвешивания 31—90 коров, представленные в 21.7.

**21.11.** В случайном порядке отобрано 100 клубней картофеля и определена масса каждого клубня, г:

112, 210, 133, 215, 206, 80, 134, 145, 183, 251, 58, 142, 120, 177, 159, 111, 185, 200, 191, 96, 205, 138, 213, 209, 77, 201, 131, 148, 180, 260, 60, 146, 117, 180, 156, 116, 181, 203, 188, 81, 120, 135, 220, 144, 152, 150, 110, 118, 140, 125, 208, 134, 214, 259, 195, 85, 136, 53, 181, 256, 59, 59, 142, 122, 177, 160, 114, 183, 199, 197, 101, 202, 142, 218, 209, 79, 206, 137, 148, 180, 209, 65, 82, 88, 117, 180, 68, 117, 181, 202, 188, 94, 113, 135, 220, 144, 59, 69, 100, 91.

Обработать данные взвешивания 1—60 клубней картофеля.

**21.12.** Обработать данные взвешивания 11—70 клубней картофеля, представленные в 21.11.

**21.13.** Обработать данные взвешивания 21—80 клубней картофеля, представленные в 21.11.

**21.14.** Обработать данные взвешивания 31—90 клубней картофеля, представленные в 21.11.

**21.15.** Обработать данные взвешивания 41—100 клубней картофеля, представленные в задаче 21.11.

**21.16.** В 70 хозяйствах области затраты на животноводство (в десятках тыс. руб. на 100 голов):

25, 38, 53, 40, 43, 40, 38, 49, 27, 50, 20, 39, 61, 63, 44, 68, 59, 60, 58, 68, 39, 50, 42, 51, 47, 37, 62, 38, 35, 59, 23, 54, 60, 39, 61, 53, 49, 42, 41, 41, 33, 59, 31, 51, 38, 44, 67, 31, 40, 30, 52, 57, 39, 49, 41, 42, 43, 39, 17, 41, 19, 27, 46, 57, 66, 72, 70, 22, 32, 33.

Произвести обработку данных по 1—60 хозяйствам.

**21.17.** Обработать данные по 11—70 хозяйствам, представленные в задаче 21.16.

**21.18.** По 80 хозяйствам среднегодовой удой молока, ц, составил

23, 29, 39, 36, 32, 19, 33, 25, 30, 32, 29, 15, 14, 22, 28, 38, 31, 35, 23, 32, 42, 43, 22, 27, 30, 38, 35, 31, 29, 35, 32, 28, 40, 36, 29, 34, 31, 32, 36, 30, 32, 15, 35, 28, 28, 18, 27, 39, 30, 15, 14, 30, 42, 38, 35, 43, 39, 29, 18, 19, 24, 25, 23, 29, 39, 36, 19, 34, 24, 31, 33, 28, 16, 15, 23, 29, 38, 32, 34, 22.

Произвести обработку данных по 1—60 хозяйствам.

**21.19.** Произвести обработку данных по среднегодовому удою молока по 11—70 хозяйствам, представленным в 21.18.

**21.20.** Произвести обработку данных по среднегодовому удою молока по 21—80 хозяйствам, представленным в 21.18.

### **3.3. Промежуточная аттестация**

Целью проведения промежуточной аттестации (экзамена / зачета) является комплексная и объективная оценка качества усвоения обучающимися теоретических знаний, умения систематизировать полученные знания и применять их к решению практических задач, уровня сформированности компетенций при освоении дисциплины «Математика».

В соответствии с учебным планом по направлению подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника в 1 семестре видом промежуточной аттестации является зачет, во 2 семестре – экзамен.

#### **Вопросы, выносимые на зачет (1 семестр)**

1. Операции сложения матриц, умножение матриц на число, умножение матриц. Линейные отображения.
2. Числовые характеристики матриц. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры, алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителях n-го порядка. Обращение квадратной матрицы. Существование обратной матрицы и ее вычисление.



3. Системы двух и трех линейных алгебраических уравнений с двумя и тремя неизвестными. Теорема о существовании и единственности решения линейной системы уравнений. Формулы Крамера. Матричная запись линейных систем уравнений и их решение с помощью обратной матрицы
4. Основные понятия и определения. Операции сложения векторов, вычитание векторов, умножение вектора на число. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях вектора. Координатный базис. Разложение векторов по координатному базису. Геометрические и алгебраические компоненты вектора. Декартовы прямоугольные координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их определения, свойства, выражение через координаты.
5. Понятие о комплексном числе. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции над комплексными числами. Возведение комплексного числа в натуральную степень и извлечение корня из комплексного числа. Формулы Муавра и Эйлера. Комплексные функции действительного переменного.
6. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Преобразование систем координат при параллельном переносе осей и повороте осей, общий случай преобразования. Понятие о полярной системе координат.
7. Различные виды уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, проходящей через две точки, через точку в заданном направлении, в отрезках на осях, нормальное, общее. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности, перпендикулярности, совпадения двух прямых. Вычисление расстояний от точки до прямой.
8. Уравнение плоскости в векторном виде. Общее уравнение плоскости, нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнение плоскости, проходящей через три точки
9. Вывод канонических уравнений окружности, эллипса, гиперболы и параболы на основе определения кривых как геометрического места точек. Исследование формы кривых по уравнению.
10. Поверхности вращения, цилиндрические поверхности, конические поверхности. Вывод уравнений на основе определения поверхности. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Вывод уравнений и исследование форм поверхности.
11. Действительные числа. Постоянные и переменные величины. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства. Понятие о функциональной зависимости. Область задания и область изменения числовой функции. Классификация функций по способу задания и характерным свойствам.
12. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции в точке, односторонние пределы. Предел функции при неограниченном увеличении аргумента. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах.
13. Первый и второй замечательные пределы, их вывод. Число Эйлера, натуральные логарифмы, гиперболические функции. Сравнение бесконечно малых величин и эквивалентные бесконечно малые величины.
14. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях: теоремы Коши и Вейерштрасса.
15. Производная функции. Определение производной функции, её геометрический и механический смысл.
16. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения, частного.
17. Сложная функция и её дифференцирование.
18. Обратная функция и её дифференцирование.
19. Производные неявной и параметрической функции.
20. Понятие о дифференциале функции одной независимой переменной, его геометрический смысл.
21. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

22. Определение производной функции, ее геометрический и механический смысл. Правила вычисления производной: производная суммы, произведения, частного. Сложная функция и ее дифференцирование. Обратная функция и ее дифференцирование. Замечание о связи непрерывности функции и ее дифференцируемости, о существовании производной.

23. Понятие о дифференциале функции одной независимой переменной, его геометрический смысл. Свойства дифференциала. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям значений функции

24. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулировка и доказательство теорем Ферма, Ролля, Лагранжа. Геометрический смысл теорем.

25. Постановка задачи о представлении функции многочленом. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение некоторых функций по формуле Маклорена.

---

## МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И.Вавилова»

Кафедра «Математика, механика и инженерная графика»

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине «Математика»

1. Асимптоты графика функции.
2. Таблица производных основных элементарных функций
3. Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырье трех видов. Расходы каждого типа сырья по видам продукции и запасы сырья на предприятии даны в таблице. Определить объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья (здесь и далее, расчет ведется в условных единицах). Составить математическую модель выпуска продукции. Полученную систему линейных уравнений решить методом Крамера. (ответ: 150; 250; 100).

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, кг/изд.			Запас сырья, кг
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>1</b>	6	4	5	2400
<b>2</b>	4	3	1	1450
<b>3</b>	5	2	3	1550

Дата

Зав.кафедрой

Г.Н. Камышова

---

---

### Вопросы, выносимые на экзамен (2 семестр)

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию первообразной функции. Теорема о первообразных функциях. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов некоторых функций.
2. Способы вычисления интегралов: а) непосредственное интегрирование путем преобразования подынтегральной функции; б) способ интегрирования произведения по частям.
3. Интегрирование рациональных функций. Понятие об элементарных дробях I,II,III,IV типов. Интегрирование элементарных дробей. Интегрирование неправильной рациональной дроби: выделение целой части и разложение правильной рациональной дроби в сумму правильных рациональных дробей I,II,III,IV типов.
4. Определенный интеграл и его свойства. Задача о площади криволинейной трапеции. Определение интеграла как предела интегральных сумм. Теорема о существовании интеграла. Свойства интегралов.
5. Основная теорема и основная формула интегрального исчисления. Производная интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Методы замены переменной и интегрирования произведения по частям.
7. Геометрические приложения: вычисления площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат, длин дуг кривых, объемов тел и площадей поверхностей вращения. Приложения к задачам механики: вычисление координат центра тяжести плоской кривой и плоской фигуры. Работа силы.
8. Частные производные, их геометрический смысл.
9. Полный дифференциал и его приложение к приближенным вычислениям.
10. Частные производные сложной функции.
11. Производные неявной функции.
12. Производная по направлению, ее связь с частными производными.
13. Градиент, его свойства.
14. Частные производные высших порядков.
15. Дифференциалы высших порядков
16. Экстремум функции независимых переменных. Необходимое и достаточное условия.
17. Условный экстремум. Необходимое и достаточное условия.
18. Определение дифференциального уравнения, его порядка, частного и общего решения, частного и общего интеграла.
19. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
20. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Уравнение Бернулли.
23. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
24. Однородные ЛДУ второго порядка: свойства решений, теорема о структуре общего решения.
25. Решение однородного ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
26. Неоднородное ЛДУ второго порядка: свойства решений, теорема о структуре общего решения.
27. Вид частного решения неоднородного ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
28. Двойной интеграл: определение, геометрический смысл.

29. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
30. Замена переменных в двойном интеграле.
31. Двойной интеграл в полярных координатах.
32. Вычисление площади плоской фигуры, объема тела двойным интегралом.
33. Криволинейный интеграл: определение, механический смысл.
34. Свойства криволинейного интеграла.
35. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
36. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.
37. Числовые ряды: определение, понятие сходимости и расходимости.
38. Признак сравнения, необходимый признак сходимости числового ряда
39. Признак Даламбера.
40. Радиальный и интегральный признак Коши.
41. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
42. Ряды Тейлора и Маклорена.
43. Тригонометрические ряды. Определение. Постановка задачи.
44. Функциональные ряды, общие определения. Степенные ряды общего вида.

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И.Вавилова»

Кафедра «Математика, механика и инженерная графика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

по дисциплине «Математика»

1. Повторные независимые испытания. Теоремы Бернулли, Лапласа, Пуассона.
2. Корреляционное отношение и его свойства.
3. Результаты исследования числа покупателей в универсаме в зависимости от времени работы приведены в таблице №1. Можно ли утверждать при уровне значимости  $\alpha=0,05$ , что случайная величина  $X$  – число покупателей, подчинена нормальному закону?

Вариант	Часы работы	14-15	15-16	16-17	17-18
№ 5	Число покупателей	73	60	65	102

Дата

Зав.кафедрой

Г.Н. Камышова

**4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**4.1 Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Контроль результатов обучения обучающихся, этапов и уровня формирования компетенций по дисциплине «Математика» осуществляется через проведение входного, текущего, рубежных, выходного контролей и контроля самостоятельной работы

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля, порядок начисления баллов и фонды контрольных заданий для текущего контроля разрабатываются кафедрой исходя из специфики дисциплины, и утверждаются на заседании кафедры.

**4.2 Критерии оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Описание шкалы оценивания достижения компетенций по дисциплине приведено в таблице 5.

Таблица 5

Уровень освоения компетенции	Отметка по пятибалльной системе (промежуточная аттестация)*			Описание
<b>высокий</b>	«отлично»	«зачтено»	«зачтено (отлично)»	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, обучающийся проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании материала
<b>базовый</b>	«хорошо»	«зачтено»	«зачтено (хорошо)»	Обучающийся обнаружил полное знание учебного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе
<b>пороговый</b>	«удовлетворительно»	«зачтено»	«зачтено (удовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой, допустил погрешности в ответе

Уровень освоения компетенции	Отметка по пятибалльной системе (промежуточная аттестация)*			Описание
				на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя
–	«неудовлетворительно»	«не зачтено»	«не зачтено (неудовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил пробелы в знаниях основного учебного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой практических заданий, не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательной организации без дополнительных занятий

#### 4.2.1. Критерии оценки устного ответа при текущем контроле и промежуточной аттестации

При ответе на вопрос обучающийся демонстрирует:

**знания:** основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды; математический аппарат, позволяющий применять его в приложении к практическим задачам, и обрабатывать полученные результаты в ходе проведения экспериментов;

**умения:** применять изученные теоретические факты для решения типовых задач, выбирать методы их решения; анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам;

**- владение навыками:** математическими методами при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты; математическим аппаратом для проведения экспериментов по данной методике и обработке полученных результатов.

#### Критерии оценки

<b>отлично</b>	обучающийся демонстрирует: всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, усвоивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой.	
<b>хорошо</b>	обучающийся демонстрирует: полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе практические задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Обучающийся, показывает систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	

<b>удовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой.	
<b>неудовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении практических заданий, предусмотренных программой.	

#### 4.2.2. Критерии оценки выполнения контрольных работ

При выполнении контрольных работ обучающийся демонстрирует:

**знания:** *основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды; математический аппарат, позволяющий применять его в приложении к практическим задачам, и обрабатывать полученные результаты в ходе проведения экспериментов;*

**умения:** *применять изученные теоретические факты для решения типовых задач, выбирать методы их решения; анализировать полученные знания о математическом аппарате в приложении к практическим задачам;*

**- владение навыками:** *математическими методами при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты; математическим аппаратом для проведения экспериментов по данной методике и обработке полученных результатов.*

#### Критерии оценки выполнения контрольных работ

<b>отлично</b>	обучающийся демонстрирует: высокий результат, ответил правильно и в развернутом виде на все теоретические (практические) вопросы, не допускает ошибок в ответе при решении конкретной задачи.	
<b>хорошо</b>	обучающийся демонстрирует: хороший результат, ответил правильно на все теоретические (практические) вопросы, но в краткой форме, либо допустил одну ошибку в ответе при решении конкретной задачи.	
<b>удовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: удовлетворительный результат, правильно отвечает только на часть поставленных теоретических (практических) вопросов при решении конкретной задачи.	
<b>неудовлетворительно</b>	обучающийся демонстрирует: неудовлетворительный результат не ответил на поставленные теоретические (практические) вопросы или ответил неправильно.	

**Разработчик: доцент, Чумакова С.В..**



(подпись)