

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович
Должность: ректор ФГБОУ ВО Вавиловский университет
Дата подписания: 17.09.2019 12:50:56
Уникальный идентификатор:
528682d78e671e566ab07f01fe1ba2172f735a12

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н.И. Вавилова»**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Г.Н. Камышова / Камышова Г.Н./

« 27 » августа 2019 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА
Направление подготовки	19.03.01 Биотехнология
Направленность (профиль)	Биотехнология
Квалификация выпускника	Бакалавр
Нормативный срок обучения	4 года
Форма обучения	Очная
Кафедра-разработчик	Математика , механика и инженерная графика
Ведущий преподаватель	Кириллова Т.В., доцент

Разработчик(и): доцент, Кириллова Т.В.

Кириллова Т.В.

(подпись)

Саратов 2019

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП3
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания4
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....10
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы их формирования29

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

В результате изучения дисциплины «Математика» обучающиеся, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 19.03.01. Биотехнология, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 11 марта 2015 г. № 193, формируют компетенцию, указанную в таблице 1.

Таблица 1

Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины «Математика»

Компетенция		Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающийся должен знать, уметь, владеть)	Этапы формирования компетенции в процессе освоения ОПОП (семестр)*	Виды занятий для формирования компетенции	Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции
Код	Наименование				
1	2	3	4	5	6
ОПК-2	Способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности,	<p>знает: основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления,</p> <p>умеет: применять изученные теоретические факты для решения задач в профессиональной деятельности,</p> <p>владеет: математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности</p>	1	лекции, практические занятия	тестовые задания/типовой расчет/контрольная работа/устный опрос

ОПК-2	применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	знает: дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды	2	лекции, /практические занятия	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ устный опрос
		умеет: выбирать методы решения задач и интерпретировать получаемые результаты			
		владеет: математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности			

Компетенция ОПК-2 – также формируется в ходе освоения дисциплин: Физика; Общая и неорганическая химия; Органическая химия; Основы биохимии и молекулярной биологии; Аналитическая химия и физико-химические методы анализа; Физическая химия; Общая биология; Общая микробиология и микробиология; Генетика бактерий; Экология; Основы анатомии и физиологии животных; Основы научных исследований, а также в ходе прохождения производственной, научно-исследовательской преддипломной практики и государственной итоговой аттестации.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Перечень оценочных средств*

Таблица 2

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	контрольная работа	средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по разделу или нескольким разделам	комплект контрольных заданий по вариантам
2	Типовой расчет	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее опреде-	Комплект заданий для выполнения типового расчета

		ленной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	
3	тестирование	метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств личности, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения обучающимися ряда специальных заданий	банк тестовых заданий
4	собеседование (устный опрос)	Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины

Таблица 3

Программа оценивания контролируемой дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы (темы дисциплины)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4
1	Алгебра и геометрия	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос
2	Дифференциальное исчисление	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос
3	Интегральное исчисление	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос
4	Функции нескольких переменных	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос
5	Дифференциальные уравнения	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос
6	Теория числовых функциональных рядов	ОПК-2	тестовые задания/типовой расчет/ контрольная работа/ /устный опрос

Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине «Математика» на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции, этапы освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		ниже порогового уровня (неудовлетворительно)	пороговый уровень (удовлетворительно)	продвинутый уровень (хорошо)	высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6
ОПК-2, 1 семестр	знает: основные понятия линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления	обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале, в понятиях и методах линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки	обучающийся демонстрирует знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала	обучающийся демонстрирует знание материала, не допускает существенных неточностей	обучающийся демонстрирует знание линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий
	умеет: применять изученные теоретические факты для решения задач в профессиональной деятельности	не умеет использовать методы и приемы для решения задач в профессиональной деятельности допускает существенные	в целом успешное, но не системное умение применять изученные теоретические факты для решения за-	в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение применять изученные теоретические факты для	сформированное умение применять изученные теоретические факты для решения задач в про-

		ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено	<i>дач в профессиональной деятельности</i>	решения задач в профессиональной деятельности	фессиональной деятельности
	владеет: навыками математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности	обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов при решении прикладных задач, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий предусмотренных программой дисциплины не выполнено	в целом успешное, но не системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач	в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач	успешное и системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты
ОПК-2, 2 семестр	знает: основы математического анализа, основные понятия и методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории числовых и функциональных	обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных	обучающийся демонстрирует знания только основного материала теории функций многих переменных и дифференциальных урав-	обучающийся демонстрирует знание материала теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории функциональных рядов а,	обучающийся демонстрирует знание основных понятий и методов теории функций многих переменных и дифференциальных урав-

	рядов.	уравнений и рядов; не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки	нений; теории числовых и функциональных рядов, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала	но допускает с неточностей	нений; теории числовых и функциональных рядов, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий
	умеет: <i>решать задачи по математическому анализу, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистике</i>	не умеет использовать методы и приемы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено	в целом успешное, но не системное умение применять приемы и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач	в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение применять приемы и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач	сформированное умение применять понятия и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач
	владеет навыками: <i>навыками решения задач по математическому</i>	обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов теории	в целом успешное, но не системное владение навыками применения	в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или	успешное и системное владение навыками применения

	<p><i>анализу, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории рядов</i></p>	<p>функций многих переменных и дифференциальных уравнений; в; при решении прикладных задач, плохо ориентируется в понятиях и методах теории рядов, не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки с большими затруднениями выполнения самостоятельную работу, большинство заданий предусмотренных программой дисциплины не выполнено</p>	<p>математических знаний и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; при решении прикладных задач, демонстрирует знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала</p>	<p>сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математических знаний и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории при решении прикладных задач, обучающийся демонстрирует знание материала теории рядов, не допускает существенных неточностей</p>	<p>математических знаний и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории вероятностей и математической статистике при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты, обучающийся демонстрирует знание основных понятий и методов теории рядов, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий</p>
--	---	---	---	---	---

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

3.1. Входной контроль

На первом занятии по учебной дисциплине «Математика» предусмотрен входной контроль, который проходит в форме тестирования.

Цель проведения входного контроля:

- настроить обучающегося на данную предметную область;
- проверка исходного уровня знаний;
- определить готов или не готов данный обучаемый к работе по курсу;
- диагностировать по результатам выполнения входного контроля пробелы в знаниях обучаемых.

Содержание тестов сгруппировано вокруг основных разделов школьного курса математики: "Числа и вычисления", "Выражения и их преобразования", "Уравнения и неравенства", "Функция", "Геометрические фигуры. Измерение геометрических величин".

Результаты входного контроля используются при проведении промежуточной аттестации.

Вопросы входного контроля

1. Арифметические вычисления.
2. Алгебраические преобразования.
3. Алгебраические уравнения и системы.
4. Логарифмические и показательные уравнения.
5. Тригонометрия.
6. Векторы. Действия с векторами.
7. Задачи по планиметрии.
8. Задачи по стереометрии.

3.2. Контрольные работы

Цель контрольной работы: углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов.

- Тематика контрольных работ устанавливается в соответствии с изученной темой.
- количество вариантов заданий – по теме используется 15 вариантов заданий.

**Контрольная работа №1
«Элементы линейной алгебры»
Вариант 1**

Задание 1 Исследовать на совместность систему линейных уравнений и решить тремя способами:

- а) по формулам Крамера;
- б) матричным методом;

$$\begin{cases} 5X + 8Y - Z = 7 \\ X + 2Y + 3Z = 1 \\ 2X - 3Y + 2Z = 9 \end{cases}$$

Задание 2 Применяя метод исключения неизвестных (метод Гаусса), решить систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -13 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -8 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 10 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

Контрольная работа №2
«Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»
Вариант 1

Задание 1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных:

ных: $z = \frac{x - y}{x^2 + y^2 - 1}$.

Задание 2. Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:

2.1. $z = \ln xy$; 2.2. $z = x^2 y^2$; 2.3. $z = x \cos y$.

Задание 3. Найти все частные производные второго порядка функции двух переменных:

$z = \operatorname{arctg} xy$.

Задание 4. Найти производную функции $z = \frac{1}{\sqrt{xy}}$ в точке $M_0(1; 4)$ по направлению вектора

$\vec{l}(1; -1)$.

Задание 5. Найти градиент функции $z = x^3 - 2y^2 + xy$ в точке $M_0(1; -1)$.

Задание 6. Исследовать функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$ на экстремумы.

Контрольная работа №3
Вариант 1
«Интегральное исчисление функции»

Задание 1. Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\int \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{\sqrt[4]{x}} dx$. 2. $\int \frac{3x+1}{3x-2} dx$. 3. $\int (4-3x)e^{-3x} dx$.

4. $\int (x^2 + 5x + 6)\cos 2x dx$. 5. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$. 6. $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} dx$.

7. $\int \frac{6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^2} dx$. 8. $\int \frac{4x^2 + 4x + 2}{(x+1)(x^2 + x + 1)} dx$.

Задание 2. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

Задание 4. Найти объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - 0,5x^2$, $x + y = 2$, вокруг оси Oy .

Задание 5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx.$$

Контрольная работа № 4 **«Обыкновенные дифференциальные уравнения»**

Вариант 1

Задание 1. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию. $y' = 3\sqrt[3]{(y+1)^2}$ $y(2) = 0$;

Задание 2. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy' - y = xtg \frac{y}{x}$;

Задание 3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию $y' + ytgx = \frac{1}{\cos x}$ $y(0) = 0$;

Задание 4. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$\frac{1}{y'} = \frac{x}{2y} - \frac{1}{2x};$$

Задание 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$xy'' = y';$$

Задание 6. Найти общее решение дифференциального уравнения. $y'' = \frac{1}{\sqrt{y}}$;

Задание 7 Найти общее и частное решение дифференциального уравнения.

а) $y'' - 6y' + 13y = 0$ $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$;

б) Найти общее решение дифференциального уравнения. $y'' - 5y' + 6y = 0$;

в) Найти общее решение дифференциального уравнения. $y'' - 6y' + 9y = 0$.

Задание 8. . Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, с заданными неоднородными частями $f_i(x)$ ($i = 1, 2, 3, 4$).

$$y'' - 6y' + 13y = f_i(x) \quad f_i(x) = \begin{cases} f_1 = e^{2x}; \\ f_2 = \cos 3x; \\ f_3 = 2x^2 + 1; \\ f_4 = 2f_1 - f_2 - f_3; \end{cases}$$

3.3. Типовой расчет

Цель типового расчета: углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов Тематика типового расчета определена в соответствии с изученной темой. (таблица 3).

Количество вариантов заданий – по теме используется 15 вариантов заданий (приведен один из вариантов).

Типовой расчет №1
«Функции нескольких переменных»

Образец решения типового расчёта
Вариант 0

Найти область определения функции $z = \frac{2xy^2}{6-x+y}$ и её частные производные

Решение типового примера.

Областью определения функции $z = \frac{2xy^2}{6-x+y}$ является множество точек плоскости, за исключением точек, удовлетворяющих равенству $6-x+y=0$; т.е. точек, лежащих на прямой $y=x-6$.

Найдём частные производные функции z . При нахождении z'_x функция z дифференцируется по x , в предположении, что $y=\text{const}$.

$$z'_x = \frac{(2xy^2)'_x \cdot (6-x+y) - 2xy^2 \cdot (6-x+y)'_x}{(6-x+y)^2} = \frac{2y^2(6-x+y) - 2xy^2 \cdot (-1)}{(6-x+y)^2} = \frac{12y^2 - 2xy^2 + 2y^3 + 2xy^2}{(6-x+y)^2} = \frac{2y^2(6+y)}{(6-x+y)^2}$$

При нахождении z'_y функция z дифференцируется по y , в предположении, что $x=\text{const}$

$$z'_y = \frac{(2xy^2)'_y \cdot (6-x+y) - 2xy^2 \cdot (6-x+y)'_y}{(6-x+y)^2} = \frac{4xy(6-x+y) - 2xy^2 \cdot 1}{(6-x+y)^2} = \frac{24xy - 4x^2y + 4xy^2 - 2xy^2}{(6-x+y)^2} = \frac{2xy(12-2x+y)}{(6-x+y)^2}$$

Типовой пример 2.

Дана функция $z = x \cdot y + x e^{\frac{y}{x}}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z$

Решение типового примера.

Найдём частные производные функции z .

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y + e^{\frac{y}{x}} + x \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot \left(-\frac{y}{x^2}\right) = y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y \cdot e^{\frac{y}{x}}}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x + x \cdot e^{\frac{y}{x}} \cdot \frac{1}{x} = x + e^{\frac{y}{x}}$$

Подставим найденные производные в заданное выражение.

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z;$$

$$x \left(y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y \cdot e^{\frac{y}{x}}}{x} \right) + y \left(x + e^{\frac{y}{x}} \right) = xy + z;$$

$$xy + x e^{\frac{y}{x}} - y e^{\frac{y}{x}} + yx + y e^{\frac{y}{x}} = xy + z;$$

$$2xy + x e^{\frac{y}{x}} = xy + xy + x e^{\frac{y}{x}};$$

$$2xy + x e^{\frac{y}{x}} = 2xy + x e^{\frac{y}{x}}, \text{ ч. т. д.}$$

Типовой пример 3.

Найти частные производные и частные дифференциалы функции $z = \text{ctg} \sqrt{x^2 y}$

Решение типового примера.

Найдём частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{\sin^2 \sqrt{x^2 y}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 y}} \cdot 2xy = \frac{-xy}{\sqrt{x^2 y} \sin^2 \sqrt{x^2 y}} = \frac{-\sqrt{y}}{\sin^2 \sqrt{x^2 y}};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{\sin^2 \sqrt{x^2 y}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 y}} \cdot x^2 = \frac{-x}{2\sqrt{y} \sin^2 \sqrt{x^2 y}};$$

Найдём частные дифференциалы.

$$dz_x = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx = \frac{-\sqrt{y}}{\sin^2 \sqrt{x^2 y}} \cdot dx;$$

$$dz_y = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy = \frac{-x}{2\sqrt{y} \sin^2 \sqrt{x^2 y}} \cdot dy;$$

Типовой пример 4.

Вычислить значения частных производных f'_x , f'_y , f'_z в точке $M_0(1; 1; 1)$ для функции $f(x, y, z) = \ln\left(y + \frac{z}{3x}\right)$

Решение типового примера.

$$f'_x = \frac{1}{y + \frac{z}{3x}} \cdot \frac{z}{3} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{z \cdot 3x}{3x^2(3xy + z)} = -\frac{z}{x(3xy + z)};$$

$$f'_y = \frac{1}{y + \frac{z}{3x}} \cdot 1 = \frac{3x}{3xy + z};$$

$$f'_z = \frac{1}{y + \frac{z}{3x}} \cdot \frac{1}{3x} = \frac{3x}{(3xy + z)3x} = \frac{1}{3xy + z};$$

$$f'_x(M_0) = -\frac{1}{1(3 \cdot 1 \cdot 1 + 1)} = -\frac{1}{4};$$

$$f'_y(M_0) = \frac{3 \cdot 1}{3 + 1} = \frac{3}{4};$$

$$f'_z(M_0) = \frac{1}{3 + 1} = \frac{1}{4}$$

Типовой пример 5.

Найти полный дифференциал функции $z = \ln(x \cos 2y)$

Решение типового примера.

Полный дифференциал функции определяется формулой

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy$$

Найдём частные производные функции

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x \cos 2y} \cdot \cos 2y = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x \cos 2y} \cdot x(-\sin 2y) \cdot 2 = -\frac{2 \cdot \sin 2y}{\cos 2y} = -2 \text{tg} 2y$$

Полный дифференциал

$$dz = \frac{1}{x} dx - 2 \text{tg} 2y dy$$

Типовой пример 6

Вычислить значение производной сложной функции $z = \frac{x^2}{y}$, где $x = e^t$; $y = 2 - e^{2t}$, при $t_0 = 0$.

Решение типового примера.

Производная сложной функции $z = z(x; y)$, где $x = x(t)$; $y = y(t)$ может быть вычислена по формуле

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

Найдём все производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{y};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{x^2}{y^2};$$

$$\frac{dx}{dt} = e^t;$$

$$\frac{dy}{dt} = -2e^{2t}$$

Тогда

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2x}{y} \cdot (e^t) + \frac{x^2}{y^2} \cdot 2e^{2t} = \frac{2e^t}{2 - e^{2t}} \cdot e^t + 2 \frac{e^{2t}}{(2 - e^{2t})^2} \cdot e^{2t}$$

Найдём значение производной $\frac{dz}{dt}$ в точке $t_0 = 0$

$$\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t_0=0} = \frac{2e^0}{2 - e^0} \cdot e^0 + 2 \frac{e^{0 \cdot 2}}{(2 - e^0)^2} = 2 + 2 = 4.$$

Типовой пример 7.

Вычислить значения частных производных неявной функции

$$e^z = \sin x \cdot \sin y \text{ в точке } M_0 \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; 0 \right)$$

Решение типового примера.

Если функция z задана неявно, т.е. в виде уравнения $F(x; y; z) = 0$, то частные производные этой функции могут быть заданы по формулам:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)};$$

Нам задана неявная функция

$$e^z - \sin x \cdot \sin y = 0.$$

$$F'_x = -\sin y \cdot \cos x; \quad F'_y = -\sin x \cdot \cos y; \quad F'_z = e^z$$

Следовательно

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{-\sin y \cdot \cos x}{e^z} = \frac{\sin y \cdot \cos x}{e^z};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{-\sin x \cdot \cos y}{e^z} = \frac{\sin x \cdot \cos y}{e^z};$$

Найдём производные в точке $M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; 0\right)$

$$\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{M_0} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}}{e^0} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{M_0} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{2}}{e^0} = 0.$$

Типовой пример 8.

А. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$S: z = \frac{x^2}{2} - y^2 \text{ в точке } M_0(2; -1; 1).$$

Решение типового примера.

Если уравнение поверхности задано в явной форме $z=f(x,y)$, то уравнение касательной плоскости в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$ имеет вид

$$z - z_0 = f'_x(x_0; y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0; y_0)(y - y_0).$$

Уравнение нормали

$$\frac{x - x_0}{f'_x(x_0; y_0)} = \frac{y - y_0}{f'_y(x_0; y_0)} = \frac{z - z_0}{-1}$$

Найдём частные производные данной функции и их значения в точке M_0 .

$$f'_x = x \quad (f'_x)_{M_0} = 2$$

$$f'_y = -2y \quad (f'_y)_{M_0} = 2$$

Отсюда, применяя формулы, будем иметь

$$z - 1 = 2(x - 2) + 2(y + 1) \text{ или } 2x + 2y - z - 1 = 0 \text{ - уравнение касательной плоскости и}$$

$$\frac{x - 2}{2} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 1}{-1} \text{ - уравнение нормали.}$$

Б) Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$S: 3xyz - z^3 = 8 \text{ в точке } M_0(0; 2; -2).$$

Решение типового примера.

Если уравнение поверхности задано в неявной форме $F(x,y,z)=0$, то уравнение касательной плоскости и нормали будут иметь вид

$$F'_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F'_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + F'_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0.$$

$$\frac{x - x_0}{F'_x(x_0, y_0, z_0)} = \frac{y - y_0}{F'_y(x_0, y_0, z_0)} = \frac{z - z_0}{F'_z(x_0, y_0, z_0)};$$

Найдём частные производные функции $F(x,y,z)$ и их значения в точке

$$M_0(x_0; y_0; z_0)$$

$$F'_x = 3yz, \quad F'_x(M_0) = -12$$

$$F'_y = 3xz, \quad F'_y(M_0) = 0$$

$$F'_z = 3xy - 3z^2, \quad F'_z(M_0) = -12$$

Следовательно уравнение касательной плоскости:

$$-12(x-0) + 0(y-2) - 12(z+2) = 0 \text{ или } x + z + 2 = 0$$

Уравнение нормали

$$\frac{x-0}{-12} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+2}{-12} \text{ или } \frac{x}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+2}{1}$$

Типовой пример 5.

Найти градиент функции $Z=x^2y$ в точке $M_0(1; 1)$

Решение типового примера.

Градиентом функции $z=f(x,y)$ называется вектор, проекциями которого на координатные оси являются соответствующие частные производные данной функции.

$$\text{grad}z = \frac{\partial z}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \bar{j}$$

Найдём частные производные функции z и их значения в точке M_0

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy; \quad \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{M_0} = 2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^2; \quad \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{M_0} = 1$$

Следовательно, $\text{grad}z = 2\bar{i} + \bar{j}$

Типовой пример 10.

Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$

Решение типового примера.

Найдём частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 3y^2 - 15$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 6xy - 12$$

Используя необходимое условие экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \end{cases}$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 - 15 = 0 \\ 6xy - 12 = 0 \end{cases}$$

Решив эту систему найдём четыре стационарные точки.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5 = 0 \\ xy - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 - 5 = 0 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + \frac{4}{x^2} - 5 = 0 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = -1 \\ x_4 = 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$$

Стационарные точки $M_1(-2;-1)$; $M_2(2;1)$; $M_3(-1;-2)$; $M_4(1;2)$

Найдём производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 6y; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6x$$

И составим дискриминант $\Delta = A \cdot C - B^2$ для каждой стационарной точки

1) Для точки M_1 : $A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{M_1} = -12$; $B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{M_1} = -6$; $C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big|_{M_1} = -12$

$$\Delta = A \cdot C - B^2 = 144 - 36 > 0; \quad A < 0.$$

В точке M_1 функция имеет максимум, равный $z_{max} = -8 - 6 + 30 + 12 = 28$

2) Для точки M_2 : $A = 12$; $B = 6$; $C = 12$;
 $\Delta = 144 - 36 > 0$; $A > 0$.

В точке M_2 функция имеет минимум, равный $z_{min} = 8 + 6 - 30 - 12 = -28$

3) Для точки M_3 : $A = -6$; $B = -12$; $C = -6$;
 $\Delta = 36 - 144 < 0$. Экстремума нет

4) Для точки M_4 : $A = 6$; $B = 12$; $C = 6$;
 $\Delta = 36 - 144 < 0$. Экстремума нет

3.4. Тестовые задания

По дисциплине «Математика» предусмотрено проведение письменного тестирования.

Цель тестирования: выявить уровень знаний обучающихся, оценить степень усвоения ими учебного курса, а также стимулировать активность их познавательной деятельности.

Письменное тестирование проводится после изучения определенного раздела дисциплины.

- результаты тестирования учитываются при проведении промежуточной аттестации. Банк тестовых заданий содержит 10 вариантов по 12 заданий.

Пример тестового задания

Тест «Алгебра и геометрия».

1. При каком значении x $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 9 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{vmatrix} = 30$	1) $x=0$ 2) $x=-7$ 3) $x=4$ 4) $x=-2$
2. Вычислить $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = ?$	1) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. 2) $\begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$. 3) $(2 \ 0 \ 6)$. 4) $\begin{pmatrix} -4 & 15 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.
3. Вычислить ранг матрицы A , если: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$	1) 1. 2) 3. 3) 0. 4) 2.
4. Вычислить $B = A^{-1}C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 17 & -5 \\ 24 & -17 \end{pmatrix}$	1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 17 & 21 \end{pmatrix}$.

5. Решить систему и в ответе указать сумму решений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$	1)1;2)3;3)-3;4)5;5)-1
6. При каком значении λ система совместна: $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 8 \\ 6x_1 - 3x_2 = \lambda \end{cases}$	1) $\lambda=0$; 2) $\lambda=24$; 3) $\lambda=16$; 4) при любом
7. Вычислить периметр треугольника ABC, если: A(7;-3) B(12;9) C(6;1)	1) $3 + \sqrt{6}$; 2) $23 + \sqrt{17}$; 3) 24; 4) $17 - \sqrt{8}$.
8. Указать прямоугольные координаты точки M с полярными координатами $(2; -\frac{\pi}{4})$	1) $(1; -\sqrt{3})$; 2) $(0; \frac{\pi}{3})$; 3) $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$; 4) $(1; -\frac{\sqrt{3}}{2})$.
9. Указать уравнение прямой, проходящей через точку M(1;2) и имеющий угловой коэффициент $k=1$	1) $y=x-4$; 2) $y=x+1$; 3) $y=4x-2$; 4) $y=x-2$.
10. Указать расположение прямых $3x+5y-9=0$ и $6x+10y-11=0$	1) перпендикулярны; 2) пересекаются; 3) параллельны; 4) совпадают.
11. Написать каноническое уравнение эллипса, если: $2c=8, b=3$	1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$; 2) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{9} = 1$; 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$; 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{3} = 1$.
12. Указать уравнение прямой проходящей через точки: A(1;0;-1) и B(3;4;4)	1) $\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{-1}$; 2) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{5}$; 3) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{5}$; 4) $\frac{x-1}{6} = \frac{z}{7}$.

Тест «Дифференциальное исчисление»

1. Найти область определения функции и в ответе указать сумму целых значений x : $y = \sqrt{9-x^2}$.	1)-1; 2)4; 3)0; 4)3.
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{3x^2 - x - 2}$	1)0; 2)1/2; 3)2; 4)1
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4}$	1)3; 2)0; 3)2; 4) ∞
4. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$	1)2; 2)1; 3)-1; 4)0
5. Найти y' , где $y = \cos^3 2x$	1)- $6\sin^3 2x \cdot \cos 2x$, 2) $8\sin^3 2x \cdot \cos 2x$, 3) $8\sin^3 2x$, 4)- $8\sin^3 2x$, 5)- $6\cos^2 2x \cdot \sin 2x$,
6. Найти y' , где $y = x^{x^2}$	1) $x^2 \cdot x^{x^2-1}$, 2) $2x^3 \cdot x^{x^2-1}$; 3) $x^{x^2} \cdot (2x \ln x + 1)$; 4) $x^{x^2+1} \cdot (2 \ln x + 1)$; 5) $x^{x^2} \cdot (2x \ln x + 1)$

7. Найти $y'(2)$ если $y = \sqrt{x^3 + 8}$	1)4; 2)0; 3)2; 4)1,5; 5)8.
8. Найти $\frac{dy}{dx}$, если $y^2 = 6x$	1)4/y; 2)8/x; 3)2y; 4)3/y, 5)3/x.
9. Вычислить приближенно: $\sqrt[3]{26}$	1)3,26; 2)3; 3)3,96; 4)2,96, 5)2,86
10. Функция $f(x) = x^2 - 4x + 3$ имеет корни 1 и 3. Указать корень производной $f'(x)$, о котором говорится в теореме Ролля.	1)0; 2)3; 3)1; 4)5, 5)2.
11. Найти значение функции $y = x^2 \cdot e^{2x}$ в точке максимума	1)0; 2) e ; 3) e^2 ; 4) $\frac{1}{e}$; 5) $\frac{1}{e^2}$.
12. Вычислить $\frac{2+3i}{7-5i}$	1) $i+1$; 2) $-\frac{1}{74} + \frac{31}{74}i$; 3) $\frac{2}{65} + \frac{29}{65}i$; 4) $6i$; 5) $\frac{7}{65} - \frac{4}{65}i$

Тест «Интегральное исчисление»

№	Примеры	Варианты ответов
1	Найти: $\int \cos(3-5x)dx$	1) $\frac{1}{5}\sin(3-5x)+c$; 2) $-\frac{1}{5}\sin(3-5x)+c$; 3) $\frac{1}{5}(3-5x)\sin x+c$; 4) $-5\sin(3-5x)+c$; 5)Нет правильного ответа.
2	Найти: $\int \frac{dx}{3x+2}$	1) $5\ln 3x+2+c $; 2) $\frac{2}{3}\ln 3x+2 +c$; 5)Нет правильного ответа. 3) $\frac{1}{3}\ln 3x+2 +c$ 4) $\frac{2}{3}\ln x+c$
3	Найти: $\int \frac{2-3\sin^2 x}{\sin^2 x} dx$	1) $-2ctgx-3x+c$ 2) $2ctgx-3x+c$ 3) $-2ctgx+3+c$ 4) $2x-\sin^3 x+c$ 5)Нет правильного ответа.
4	Найти: $\int 5^x dx$	1) $2\frac{5^{x^2}}{\ln 5}+c$ 2) $\frac{5^x}{\ln 5}+c$ 3) $\frac{5^{x^2}}{2\ln 5}+c$ 4) $5^{x^2}+\frac{x^2}{2}+c$ 5)Нет правильного ответа.
5	Найти: $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$	1) $2\frac{\ln x}{x^2}+c$ 2) $\ln x(x-1)+c$ 3) $2\ln^3 x+c$ 4) $\frac{\ln^3 x}{3}+c$ 5)Нет правильного ответа.
6	Найти: $\int 5x \sin 3x dx$	1) $\frac{5}{3}(x \cos 3x + \sin 3x) + c$ 2) $-\frac{5}{9}x \cos 3x - \frac{1}{81} \sin 3x + c$ 3) $\frac{15x^2}{2} \cos 3x + c$ 4) $\frac{5}{6}x^3 \cos 3x + c$ 5)Нет правильного ответа.
7	Найти: $\int \frac{3dx}{x^2+3x+2}$	1) $3\ln x^2+3x+2 +c$ 2) $3\ln\left \frac{x+2}{x+1}\right +c$ 3) $\ln\left \frac{x+1}{x+2}\right ^3+c$ 4) $\ln(x^2+3x+2)^3+c$ 5)Нет правильного ответа.
8	Найти: $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$	1) $\sqrt{2x-5}\ln(\sqrt{2x+5})+c$ 2) $\ln(\sqrt{2x+5})+c$ 3) $-5\ln(\sqrt{2x+5})+c$ 4) $\sqrt{2x+5}\ln(\sqrt{2x+5})+c$ 5)Нет правильного ответа.

9	Вычислить: $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$	1) $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ 2) $1 - \pi$ 3) $\pi - 1$ 4) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ 5) Нет правильного ответа.
10	Вычислить или установить расходимость: $\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$	1) $\frac{1}{2}$ 3) $-\frac{1}{2}$ 2) Расходится. 4) ∞ 5) Нет правильного ответа.
11	Вычислить или установить расходимость: $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$	1) Расходится. 2) $3 + 3\sqrt{2}$ 3) 0 4) ∞ 5) Нет правильного ответа.
12	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10$ $y = x + 2$	1) -18(кв.ед.); 2) 0; 3) 1; 4) 18(кв.ед.); 5) Нет правильного ответа.

Тест «Функции нескольких переменных»

A1. Найти область определения функции $Z = \frac{1}{x^2 + y^2}$	1) $x \geq 0; y \neq 0$; 2) $x \neq 0; y \neq 0$; 3) вся плоскость; 4) $x = 0; y \neq 0$
A2. $u = x^2 + xy^2$. Определить $\frac{\partial u}{\partial x}$ в точке $M(2, -1)$	1) -5; 2) 3; 3) 5; 4) 0
A3. Найти производную функции $Z = 2x^2 + 3xy + y^2$ в точке $A(2, 1)$ в направлении вектора $\vec{a}(3, -4)$.	1) 0,1; 2) 0,2; 3) 0,3; 4) 0,4
A4. Найти $\operatorname{grad} Z$ в точке $M(1, 2)$, если $Z = 4 - x^2 - y^2$.	1) (2;4); 2) (-3;4); 3) (-2;-4); 4) (0;-1)
A5. Найти экстремум функции $Z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$.	1) $Z_{\min}(1;2) = -7$; 2) $Z_{\max}(1;-2) = 6$; 3) экстремума нет; 4) $Z_{\min}(1;2) = 7$
A6. Вычислить двойной интеграл по указанной области $D: \iint_D xy dx dy; 3 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 1$.	1) 3; 2) 4; 3) -7; 4) -4
A7. Вычислить двойной интеграл по области G , ограниченной линиями: $\iint_G (x - y) dx dy, x = 0, y = 0, x + y = 2$.	1) 1; 2) -7; 3) 0; 4) 2
A8. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int_{AB} y dl$ по параболе $y^2 = 2x$ от точки $A(0; 0)$ до точки $B(2; 2)$	1) $\frac{1}{3}(5\sqrt{5} - 1)$; 2) $5\sqrt{5} - 1$; 3) $\frac{1}{3}(5\sqrt{5} + 1)$; 4) $5\sqrt{5}$
A9. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int_{AB} [(x + y)dx - xdy]$, где AB - отрезок прямой, соединяющей точки $A(0; 0)$ и $B(4; 2)$	1) 9; 2) 10; 3) 8; 4) 2

<p>A10. Вычислить тройной интеграл по области, ограниченной указанными поверхностями</p> $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz, \quad x = -1, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \\ z = 0, \quad z = 2$	<p>1) 1 ; 2) 3 ; 3) 2 ; 4) -2</p>
---	-----------------------------------

V. Напишите правильный ответ в бланке ответов.

<p>V1. Найти частные производные от функции: $Z = x^3 + 3x^2 y - y^3$</p>
<p>V2. Найти дифференциал функции: $Z = \sin xy^2$</p>

3. 5 Рубежный контроль

- *Цель проведения рубежного контроля* – проверка уровня усвоения раздела или тем курса по дисциплине «Математика».

- *критерии оценки рубежного контроля:*

Оценка «5» - отлично – заслуживает обучающийся, обнаруживший все-стороннее, систематическое и глубокое знание вопроса, умение приводить примеры, поясняющие излагаемый материал.

Оценка «4» - хорошо - заслуживает обучающийся, обнаруживший достаточные, но неглубокие знания вопроса. Поясняющие примеры приводятся редко.

Оценка «3» - удовлетворительно – заслуживает обучающий, обнаруживший знания по основным моментам вопроса, но не раскрыв его сути.

Оценка «2» - неудовлетворительно – выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях и допустившему принципиальные ошибки в изложении ответа на вопрос.

- Вопросы рубежного контроля, рассматриваемые на контактных занятиях и выносимые на самостоятельное изучение.

Результаты рубежного контроля учитываются при проведении промежуточной аттестации.

Вопросы рубежного контроля №1

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях.

1. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
2. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Методы вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
4. Матрицы. Квадратная, прямоугольная, единичная матрицы. Сложение, вычитание, умножение матрицы на число.
5. Произведение матриц. Условие, при котором возможно умножение матриц.
6. Обратная матрица.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

10. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
11. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
12. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей

Вопросы для самостоятельного изучения.

1. Присоединенная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной.
2. Решение систем методом обратной матрицы и методом Крамера.
3. Однородные системы линейных алгебраических уравнений и их исследование.
4. Метод координат. Декартова система координат. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
5. Полярная система координат. Зависимость между декартовыми и полярными координатами.
6. Формулы преобразования декартовых координат.
7. Линии второго порядка. Общее уравнение линий второго порядка и его исследование.
8. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости проходящей через данную точку с данным нормальным вектором.
9. Взаимное расположение плоскостей. Условие параллельности и перпендикулярности. Угол между плоскостями.
10. Прямая линия в пространстве. Общее и каноническое уравнения прямой линии в пространстве.
11. Взаимное расположение прямых линий в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности. Угол между прямыми.

Вопросы рубежного контроля №2

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях.

1. Функция, область определения и область значений контактных функций. Простейшие элементарные функции. Способы задания функции.
2. Предел функции. Односторонние пределы.
3. Теоремы о пределах.
4. Замечательные пределы.
5. Эквивалентные бесконечно малые. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых.
6. Производная функции. Её геометрический и механический смысл.
7. Основные правила и формулы дифференцирования.
8. Сложная функция и её производная.
9. Неявная функция и её производная.
10. Параметрически заданная функция и её производная.
11. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Приложение дифференциала к приближённым вычислениям.
12. Производные и дифференциалы высших порядков.

13. Условия монотонности функции. Экстремумы функции.
14. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
15. Асимптоты функции (вертикальные, горизонтальные, наклонные).
16. Функции нескольких переменных. Частные производные.
17. Производная по направлению. Градиент.
18. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.

Вопросы для самостоятельного изучения.

1. Понятие множества. Множество действительных и комплексных чисел.
2. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности и связи между ними.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение. Эквивалентные функции.
4. Арифметические операции над непрерывными функциями.
5. 1 и 2 теоремы Больцано-Коши. Теорема Вейерштрасса.
6. Понятие сложной функции и ее непрерывность.
7. Понятие обратной функции и ее непрерывность
8. Связь между дифференцируемости и существованием конечной производной
9. Правило Лопиталю.
10. Общая схема исследования функции.
11. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
12. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Формулы Эйлера.
13. Возведение комплексного числа в n -ую степень и извлечение корня n -ой степени. Формулы Муавра.
14. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
15. Разложение алгебраических многочленов на множители. Теорема Безу.

Вопросы рубежного контроля №3

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях

1. Понятие функции нескольких переменных. Геометрическое изображение.
2. Линии и поверхности уровня функции нескольких переменных.
3. Частные производные.
4. Понятие дифференцируемости функции 2-х переменных.
5. Необходимое условие дифференцируемости функции 2-х переменных.
6. Достаточное условие дифференцируемости 2-х переменных.
7. Понятие дифференциала функции 2-переменных и его применение в приближенных вычислениях.
8. Частные производные высших порядков для функции 2-х переменных.
9. Экстремум функции двух переменных.
10. Нахождение наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области.
11. Метод наименьших квадратов.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Частные производные.
2. Понятие дифференцируемости функции 2-х переменных.
3. Необходимое условие дифференцируемости функции 2-х переменных.
4. Достаточное условие дифференцируемости 2-х переменных.
5. Понятие дифференциала функции 2-переменных и его применение в приближенных вычислениях..
6. Частные производные высших порядков для функции 2-х переменных.
7. Экстремум функции двух переменных.
8. Нахождение наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области.
9. Метод наименьших квадратов.

2 семестр

Вопросы рубежного контроля №4

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях.

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл, его геометрический смысл.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица интегралов некоторых функций.
4. Метод подстановки (замены переменной) в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Понятие определённого интеграла и его геометрический смысл.
8. Свойства определённого интеграла.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
11. Приложение определённых интегралов. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг

Вопросы для самостоятельного изучения.

1. Интегрирование элементарных дробей.
2. Разложение рациональных дробей на элементарные. Метод неопределённых коэффициентов.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Несобственные интегралы 1-го рода.
5. Несобственные интегралы 2-го рода.
6. Простейшие приложения определённого интеграла.

Вопросы рубежного контроля №5

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях.

1. Дифференциальные уравнения. Общие понятия: порядок уравнения, решение, общее и частное решения.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема Коши и следствия из неё.
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Нахождение частного решения.
6. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.

Вопросы для самостоятельного изучения.

1. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
4. Уравнения в полных дифференциалах, методы их решения..

Вопросы рубежного контроля №6

Вопросы, рассматриваемые на контактных занятиях.

1. Числовые ряды. Основные понятия. Необходимый признак сходимости.
2. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
3. Признак сравнения для сходимости знакоположительных числовых рядов.
4. Признак Даламбера.
5. Признак Коши (радикальный).
6. Интегральный признак сходимости ряда.
7. Знакопеременные и знакочередующиеся числовые ряды. Теорема Лейбница.
8. Степенные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
9. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
10. Ряд Маклорена. Разложение функций в ряд Маклорена

Вопросы для самостоятельного изучения.

1. Интегральный признак сходимости ряда
2. Знакопеременные и знакопеременные числовые ряды. Теорема Лейбница.
3. Степенные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
4. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
5. Ряд Маклорена. Разложение функций в ряд Маклорена

3. 6 Промежуточная аттестация

Контроль за освоением дисциплины «Математический анализ» и оценка знаний обучающихся на экзамене/зачете производится в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования.

В соответствии с учебным планом по направлению подготовки 19.03.01 Биотехнология промежуточная аттестация в первом семестре проходит в виде зачета, во втором семестр - в виде экзамена.

Промежуточная аттестация служит оценкой работы обучающегося в течение всего срока обучения и призвана выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.

Экзаменационный билет помимо теоретических вопросов включает карточку с практическими заданиями по основным темам дисциплины.

Контрольные требования и задания соответствуют требуемому уровню усвоения дисциплины и отражают ее основное содержание.

Для получения зачета студент обязан выполнить все самостоятельные работы, написать контрольные работы, пройти собеседование по выполненным типовым расчетам.

Тематика вопросов, выносимых на зачет

1-ый семестр

1. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
2. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Методы вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
4. Матрицы. Квадратная, прямоугольная, единичная матрицы. Сложение, вычитание, умножение матрицы на число.
5. Произведение матриц. Условие, при котором возможно умножение матриц.
6. Обратная матрица.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

10. Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.
11. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
12. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
13. Кривые второго порядка
14. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей
15. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
16. Функция, область определения и область значений. Простейшие элементарные функции. Способы задания функции.
17. Предел функции. Односторонние пределы.
18. Теоремы о пределах.
19. Замечательные пределы.
20. Эквивалентные бесконечно малые. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых.
21. Непрерывность функции в точке и на множестве точек. Теоремы о непрерывных функциях.
22. Точки разрыва функции и их квалификация.
23. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.
24. Производная функции. Её геометрический и механический смысл.
25. Основные правила и формулы дифференцирования.
26. Сложная функция и её производная.
27. Неявная функция и её производная.
28. Параметрически заданная функция и её производная.
29. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Приложение дифференциала к приближённым вычислениям.
30. Производные и дифференциалы высших порядков.
31. Теорема Роля, Лагранжа, Коши.
32. Правило Лопиталя.
33. Формула Тейлора.
34. Условия монотонности функции. Экстремумы функции.
35. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
36. Асимптоты функции (вертикальные, горизонтальные, наклонные).
37. Понятие функции нескольких переменных. Геометрическое изображение.
38. Линии и поверхности уровня функции нескольких переменных.
39. Частные производные.
40. Понятие дифференцируемости функции 2-х переменных.
41. Необходимое условие дифференцируемости функции 2-х переменных.
42. Достаточное условие дифференцируемости 2-х переменных.
43. Понятие дифференциала функции 2-переменных и его применение в приближенных вычислениях.
44. Частные производные высших порядков для функции 2-х переменных.
45. Экстремум функции двух переменных.

46. Нахождение наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области.
47. Метод наименьших квадратов.

Тематика вопросов, выносимых на экзамен 2-ой семестр

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл, его геометрический смысл.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица интегралов некоторых функций.
4. Метод подстановки (замены переменной) в неопределённом интеграле.
5. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Понятие определённого интеграла и его геометрический смысл.
8. Свойства определённого интеграла.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
11. Несобственные интегралы 1-го рода.
12. Несобственные интегралы 2-го рода.
13. Дифференциальные уравнения. Общие понятия: порядок уравнения, решение, общее и частное решения
14. Дифференциальные уравнения 1 го порядка. Теорема Коши и следствия из неё
15. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.
16. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2го порядка с постоянными коэффициентами
17. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2 го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Нахождение частного решения.
18. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.
19. Числовые ряды. Основные понятия. Необходимый признак сходимости.
20. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
21. Признак сравнения для сходимости знакоположительных числовых рядов.
22. Признак Даламбера.
23. Признак Коши (радикальный).
24. Интегральный признак сходимости ряда
25. Знакопеременный и знакочередующиеся числовые ряды. Теорема Лейбница.
26. Степенные ряды. Область сходимости. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.

- 27.Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
28.Ряд Маклорена. Разложение функций в ряд Маклорена.

образец экзаменационного билета.

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова

Кафедра «Математика и математическое моделирование»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1
по дисциплине «Математика»

1. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Типы.
2. Экстремум функции нескольких переменных.
3. Задача

Дата 27.08. 2019 г.
Г.Н. Камышова

Зав. кафедрой М и ММ

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

4.1 Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Контроль результатов обучения, этапов и уровня формирования компетенций по дисциплине «Математика» осуществляется через проведение входного, текущего, рубежных, выходного контролей и контроля самостоятельной работы

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля, фонды контрольных заданий для текущего контроля разрабатываются кафедрой, исходя из специфики дисциплины, и утверждаются на заседании кафедры.

4.2 Критерии оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Описание шкалы оценивания достижения компетенций по дисциплине приведено в таблице 6.

Таблица 6

Уровень освоения компетенции	Отметка по пятибалльной системе (промежуточная аттестация)*			Описание
высокий	«отлично»	«зачтено»	«зачтено (отлично)»	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, обучающийся проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании материала
базовый	«хорошо»	«зачтено»	«зачтено (хорошо)»	Обучающийся обнаружил полное знание учебного материала, успешно выполняет предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе
пороговый	довлетворительно»	«зачтено»	«зачтено (удовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляется с выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя
—	«неудовлетворительно»	не зачтено»	не зачтено (неудовлетворительно)»	Обучающийся обнаружил пробелы в знаниях основного учебного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой практических заданий, не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательной организации без дополнительных занятий

* - форма промежуточной аттестации в семестре определяется в соответствии с таблицей 2 рабочей программы дисциплины (модуля)

4.2.1. Критерии оценки устного ответа при текущем контроле и промежуточной аттестации

При ответе на вопрос обучающийся демонстрирует:

знания: основные понятия и методы интегрального исчисления, теории рядов, алгебры и геометрии;

умения: применять изученные понятия и методы интегрального исчисления, теории рядов, алгебры и геометрии;

владение навыками: математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

Критерии оценки **

отлично	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none">- знание материала (методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов), практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий;- умение (<i>решать задачи по математическому анализу, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории числовых и функциональных рядов</i>), используя современные методы и показатели такой оценки;
хорошо	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none">- знание материала, не допускает существенных неточностей;- в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы, умение (указываются конкретные умения в зависимости от специфики дисциплины), используя современные методы и показатели такой оценки;- в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками методы и приемы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления,)
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: <ul style="list-style-type: none">- знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала;

	<ul style="list-style-type: none"> - в целом успешное, но не системное умение (применять приемы и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач), используя современные методы и показатели оценки в зависимости от специфики дисциплины);
неудовлетворительно	<p>обучающийся:</p> <ul style="list-style-type: none"> - не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале (линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач), не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки; - не умеет использовать методы и приемы (линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач), допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено; -

4.2.2. Критерии оценки выполнения контрольных (работ

При выполнении контрольных) работ обучающийся демонстрирует:

знания: теоретического материала по изученной теме или разделу;

умения: применять теоретический материал для решения учебных задач;

владение навыками: математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

Критерии оценки выполнения контрольных (самостоятельных) работ

отлично	<p>обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - полностью выполненную работу; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);
хорошо	<p>обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).
удовлетворительно	<p>обучающийся демонстрирует:</p>

	– работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями.
неудовлетворительно	обучающийся: – допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4.2.3. Критерии оценки выполнения типовых расчетов

При выполнении типовых расчетов обучающийся демонстрирует:

знания: теоретического материала по изученной теме или разделу;

умения: применять теоретический материал для решения учебных задач;

владение навыками: в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

Критерии оценки выполнения типовых расчетов

отлично	обучающийся демонстрирует: – полностью выполненную работу; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);
хорошо	обучающийся демонстрирует: – полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: – работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями.
неудовлетворительно	обучающийся: – допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4.2.4. Критерии оценки выполнения тестовых заданий

При выполнении тестовых заданий обучающийся демонстрирует:

знания: основных математических понятий и методов изучаемой темы или раздела.

Критерии оценки выполнения тестовых заданий

отлично	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее чем 85 % тестовых заданий;
хорошо	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее чем 70 % тестовых заданий;
удовлетворительно	обучающийся демонстрирует: – правильность ответов не менее 51 % тестовых заданий;
неудовлетворительно	обучающийся: – правильность ответов менее чем на 50 % тестовых заданий.

Разработчик(и): доцент Кириллова Т.В.



(подпись)