Приложение 1

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова»**

**УТВЕРЖДАЮ**
Заведующий кафедрой
_______________ /Камышова Г.Н./
«27» августа 2019г.

# ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

| | |
|---|---|
| Дисциплина | **Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК** |
| Направление подготовки | **35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции** |
| Направленность (профиль) | **Технологии перерабатывающих производств в АПК** |
| Квалификация выпускника | **Бакалавр** |
| Нормативный срок обучения | **4 года** |
| Форма обучения | **Заочная** |
| Кафедра-разработчик | **Математика, механика и инженерная графика** |
| Ведущий преподаватель | **Кириллова Т.В., доцент** |

***Разработчик(и): доцент, Кириллова Т. В.*** _______________
(подпись)

**Саратов 2019**

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

В результате изучения дисциплины «Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК» обучающиеся, в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от № от 17.07.2017 г. № 669, формируют следующие компетенции:

- «Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических, естественнонаучных и об-щепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий» (ОПК-1).

**Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины «Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК»**

| Компетенция | | Структурные элементы компетенции (в результате освоения дисциплины обучающий должен знать, уметь, владеть) | Этапы формирования компетенции в процессе освоения ОПОП (курс)* | Виды занятий для формирования компетенции | Оценочные средства для оценки уровня сформированности компетенции |
|---|---|---|---|---|---|
| Код | Наименование | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| ОПК-1 | «Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических, естественно-научных и общепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий» | **знает:** основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии,. | 1 | лекции, /практические-занятие | Доклад/ тестовые задания/типовой расчет/ /контрольная работа, устный опрос, письменный опрос |
| | | **умеет:** применять полученные теоретические знания для решения учебных задач по математике, а также осуществ-ять математические постановки простейших прикладных задач, выбирать методы их решения и интерпретировать получаемые результаты | | | |
| | | **владеет:** основными методами решения математических задач с применением информационно-коммуникационных технологий | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| ОПК-1 | «Способен решать типовые задачи | **знает:** основные понятия и методы, теории дифференциальных уравнений, вероятности и | 2 | лекции, /практи | Доклад/ тестовые задания/типовой |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических, естественно-научных и общепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий» | математической статистики | | че-ские/занятие | расчет//контрольная работа |
| | | **умеет:** применять полученные теоретические знания для решения учебных задач по математике, а также осуществлять математические постановки простейших прикладных задач, выбирать методы их решения и интерпретировать получаемые результаты | | | |
| | | **владеет:** основными методами решения математических задач с применением информа=ционно-коммуникационных технологий | | | |

Компетенция ОПК-1– также формируется в ходе освоения дисциплин: информатика; физика; неорганическая и аналитическая химия; органическая химия;физическая и коллоидная химия; биохимия; технические основы проектирования оборудования пищевых и перерабатывающих предприятий; гидромеханические процессы в пищевой промышленности; технология переработки продукции растениеводства; технология переработки продукции животноводства. преддипломная практика;государственная итоговая аттестация.

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

**Перечень оценочных средств***

| № п/п | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в ФОС |
|---|---|---|---|
| 1 | доклад | продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой краткое изложение в устном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее | темы докладов: |
| 2 | контрольная работа | средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по разделу или нескольким разделам | комплект контрольных заданий по вариантам |
| 3 | Типовой расчет | Средство проверки умений применять по-лученные знания по | Комплект заданий для выполнения типовойго |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом. | расчет |
| 4 | тестирование | метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств личности, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения обучающимися ряда специальных заданий | банк тестовых заданий |
| 5 | собеседование (устный опрос) | Средство контроля, организованное как специальная беседа педагогического работника с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| 6 | Письменный опрос | Средство контроля, предполагающее выполнение письменных заданий, и рас-считанное на выяснение объема знаний обучающе-гося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п | комплект заданий по вариантам |

Таблица 1

**Программа оценивания контролируемой дисциплины**

| № п/п | Контролируемые разделы (темы дисциплины) | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Элементы линейной алгебры. | ОПК-1 | типовой расчет №1, тестирование, контрольная работа №1, устный опрос |
| 2. | Элементы векторной алгебры | ОПК-1 | типовой расчет №1,контрольная работа №1, устный опрос,тестовые задания |
| 3. | Аналитическая геометрия на плоскости. | ОПК-1 | контрольная работа №1, типовой расчет №2. устный опрос, тестовые задания, письменный опрос |
| 4. | Аналитическая геометрия в пространстве | ОПК-1 | типовой расчет №2, устный опрос, тестовые задания |
| 5. | Дифференциальное исчисление функции. | ОПК-1 | типовой расчет №3, контрольная работа №2тестовые задания |
| 6. | Интегральное исчисление функции одной переменной. | ОПК-1 | контрольная работа №2, устный опрос, тестовые задания, доклад |
| 7. | Обыкновенные дифференциальные уравнения. | ОПК-1 | типовой расчет №4, контрольная работа №3 устный опрос, тестовые задания |
| 8. | Теория вероятностей. Случайная величини. | ОПК-1 | контрольная работа №4, типовой расчет №5. устный опрос, тестовые задания, |

| № п/п | Контролируемые разделы (темы дисциплины) | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 9. | Математическая статистика | ОПК-1 | типовой расчет №6, устный опрос, тестовые задания, докдлад, письменный опрос |

**Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине «Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК» на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

| Код компетенции, этапы освоения компетенции | Планируемые результаты обучения | Показатели и критерии оценивания результатов обучения | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ниже порогового уровня (неудовлетворительно) | пороговый уровень (удовлетворительно) | продвинутый уровень (хорошо) | высокий уровень (отлично) |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *ОПК-1*<br>*1 курс* | ***знает:*** *основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии,* | *обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале, в понятиях и методах линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления,* | *обучающийся демонстрирует знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала* | *обучающийся демонстрирует знание материала, не допускает существенныенеточности* | *обучающийся демонстрирует знание линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий* |
| | ***умеет:*** *применять полученные теоре-тические знания для решения* | *не умеет использовать методы и приемы для решения задач в профессиональной дея-* | *в целом успешное, но не системное умение применять изученные тео-* | *в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение при-* | *сформированное умение применять изученные теоретические* |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *учебных задач по математике* | *тельности допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено* | *ретические факты для решения задач в профессиональной деятельности* | *менять изученные теоретические факты для решения задач в профессиональной деятельности* | *факты для решения задач в профессиональной деятельности* |
| | ***владеет:*** *основными методами решения математических задач с приме-нением информационно-коммуникационных технологий* | *обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов при решении прикладных задач, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий предусмотренных программой дисциплины не выполнено* | *в целом успешное, но не системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач* | *в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач* | *успешное и системное владение навыками применения математических знаний и методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления при решении прикладных задач и интерпретировать получаемые результаты* |
| *ОПК-1*<br>*2 курс* | ***знает:****, основные понятия и методы, теории дифференциальных урав-* | *обучающийся не знает значительной части программного материала, плохо ориенти-* | *обучающийся знает основные понятия и методы, теории дифференциаль-* | *обучающийся демонстрирует знание материала, не допускает существен-* | *обучающийся демонстрирует знание понятий и ме-тодов дифференци-* |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *нений, вероятности и математической статистики.* | *руется в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории вероятностей и математической статистике* | *ных уравнений, вероятности и математической статистики,но не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки* | *ныенеточности* | *альных уравнений; теории вероятностей и математической статистике* |
| | ***умеет:*** *осуществлять математические постановки простейших задач, выбирать методы их решения и интерпретировать получаемые результаты* | *не умеет использовать методы и приемы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисциплины, не выполнено* | *в целом успешное, но не системное умение применять приемы и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач* | *в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение применять приемы и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач* | *сформированное умение применять понятия и методы теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории кратных и криволинейных интегралов; теории числовых и функциональных рядов для решения учебных задач* |
| | ***владеет:*** *основными методами решения математических задач с применением информационно-коммуникационных технологий* | *обучающийся не владеет навыками применения математических знаний и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории вероятностей и мате-* | *в целом успешное, но не системное владение навыками применения математических знаний и методов теории функций многих переменных и* | *в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками применения математи-* | *успешное и системное владение навыками применения математических знаний и методов теории функций многих переменных и дифференци-* |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *матической статистикепри решении прикладных задач с применением информационно-коммуникационных технологий.* | *дифференциальных уравнений; интегралов; теории вероятностей и математической статистикепри решении прикладных задач,* | *ческих знаний и методов теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений; теории вероятностей и математической статистике при решении прикладных задач с применением информационно-коммуникационных технологий.* | *альных уравнений; теории вероятностей и математической статистике при решении прикладных задач и интерпретации получаемых результатов с применением информационно-коммуникационных технологий.* |

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 3.1. Доклады

***Цель*** **выполнения доклада*:***

- оценить степень готовности обучающегосяся к самостоятельному выбору актуальных проблем дисциплины.
- овладение навыками систематизации материала, развитие умение конкретизировать и обобщать проблемы на основе анализа массива научной литературы по выбранной теме.

Доклад оценивается по 6-балльной системе в рамках творческого рейтинга.

Рекомендуемая тематика докладов по дисциплине приведена в таблице.

Таблица

**Темы докладов, рекомендуемые к написанию при изучении дисциплины «Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК»»**

| № п/п | Темы докладов |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 1 | «Численные методы решения экстремальных задач» |
| 2 | Понятие о численных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений |
| 3 | «Метод наименьших квадратов». |
| 4 | «Математика - язык  познания мира» |
| 5 | Применение кривых второго порядка в компьютерных систем |
| 6 | Суммирование расходящихся рядов |
| 7 | Конструктивизм и интуиционизм в математике |

| № п/п | Темы докладов |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 8 | Логическое обоснование математики |
| 9 | Метод математической индукции |
| 10 | Гиперкомплексные числа |
| 11 | Бинарная система счисления. |
| 12 | Симметрии в живой природе |
| 13 | Алгебраические кривые |
| 14 | Многомерные пространства. |
| 15 | Площади и логарифмы |
| 16 | Возрастающие последовательности |
| 17 | Динамические системы и аттракторы |
| 18 | Хаос и его математическое описание. |
| 19 | Фракталы в экономике |
| 20 | Экономические модели |

### 3.3 Контрольные работы

*Цель контрольной работы:* углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов.

- Тематика контрольных работ устанавливается в соответствии с изученной темой.
- количество вариантов заданий – по теме используется 10 вариантов заданий.

**Контрольная работа №1**
**«Элементы линейной алгебры**
**Вариант 1**

***Задание 1*** Исследовать на совместность систему линейных уравнений и решить тремя способами:

а) по формулам Крамера;
б) матричным методом;

$$\begin{cases} 5X+8Y-Z=7 \\ X+2Y+3Z=1 \\ 2X-3Y+2Z=9 \end{cases}$$

***Задание 2*** Применяя метод исключения неизвестных (метод Гаусса), решить систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3+4x_4=-13 \\ x_1+2x_2-x_3+2x_4=-8 \\ 3x_1-x_2+2x_3+x_4=10 \\ 3x_1+x_2+x_3+3x_4=1 \end{cases}$$

**Контрольная работа №2**
**«Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»**
**Вариант 1**

***Задание 1***. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных: $z=\dfrac{x-y}{x^2+y^2-1}$.

***Задание 2.*** Найти частные производные первого порядка функций двух переменных:
2.1. $z=\ln xy$; 2.2. $z=x^2y^2$; 2.3. $z=x\cos y$.
Задание 3. Найти все частные производные второго порядка функции двух переменных: $z=arctg\, xy$.

***Задание 4***. Найти производную функции $z=\dfrac{1}{\sqrt{xy}}$ в точке $M_0(1;4)$ по направлению вектора $\vec{l}\,(1;-1)$.

***Задание 5***. Найти градиент функции $z=x^3-2y^2+xy$ в точке $M_0(1;-1)$.

***Задание 6.*** Исследовать функцию $z=x^3+y^3-3xy$ на экстремумы.

## Контрольная работа №3
## Вариант 1
## «Интегральное исчисление функции»

***Задание 1.*** Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\displaystyle\int\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\sqrt[4]{x}}dx.$ 2. $\displaystyle\int\frac{3x+1}{3x-2}dx.$ 3. $\displaystyle\int(4-3x)e^{-3x}dx.$

4. $\displaystyle\int\left(x^2+5x+6\right)\cos 2xdx.$ 5. $\displaystyle\int\frac{dx}{x^2+2x+5}.$ 6. $\displaystyle\int\frac{x^3+1}{x^2+x}dx.$

7. $\displaystyle\int\frac{6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^2}dx.$ 8. $\displaystyle\int\frac{4x^2+4x+2}{(x+1)\left(x^2+x+1\right)}dx.$

***Задание 2.*** Вычислить интеграл $\displaystyle\int_0^{\pi/2}x\cos xdx.$

***Задание 3.*** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2,\ y=\sqrt{x}.$

***Задание 4.***. Найти объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями $y=2-0{,}5x^2,\ x+y=2,$ вокруг оси $Oy$.

***Задание 5***. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость $\displaystyle\int_0^{+\infty}xe^{-x^2}dx.$

## Контрольная работа № 4
## «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

## Вариант 1

***Задание 1.*** Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию. $y'=3\sqrt[3]{(y+1)^2}$ $y(2)=0$;

***Задание 2.*** Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'-y=xtg\dfrac{y}{x}$;

***Задание 3.*** Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию $y'+ytgx=\dfrac{1}{\cos x}$ $y(0)=0$;

***Задание 4*** .Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$\frac{1}{y'}=\frac{x}{2y}-\frac{1}{2x};$$

***Задание 5.*** Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$xy''=y';$$

***Задание 6.***. Найти общее решение дифференциального уравнения. $y''=\frac{1}{\sqrt{y}}$;

***Задание 7*** Найти общее и частное решение дифференциального уравнения.

а) $y''-6y'+13y=0 \quad y(0)=1; y'(0)=2;$

б) Найти общее решение дифференциального уравнения. $y''-5y'+6y=0$;

в) Найти общее решение дифференциального уравнения. $y''-6y'+9y=0$.

***Задание 8.*** . Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, с заданными неоднородными частями $f_i(x) \quad (i=1,2,3,4)$.

$$y''-6y'+13y=f_i(x) \quad f_i(x)=\begin{cases} f_1=e^{2x}; \\ f_2=\cos 3x; \\ f_3=2x^2+1; \\ f_4=2f_1-f_2-f_3; \end{cases}$$

### 3.4 Типовой расчет

***Цель типового расчета***: углубить, систематизировать и закрепить теоретические знания обучающихся; проверить степень усвоения одной или нескольких тем или вопросов Тематика типового расчета определена в соответствии с изученной темой. (таблица 3).

Количество вариантов заданий – по теме используется 15 вариантов заданий (приведен один из вариантов).

### Типовой расчет №1.

### «Элементы векторной алгебры и Аналитической геометрии на плоскости и в пространстве»

Образец решения типового расчёта

**Вариант 0**

1. **Задача 1**

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(2;-3), B(5;1),C(3;-4). Не находя координаты вершины D, найти:

1) уравнение стороны AD;
2) уравнение высоты BK, опущенной из вершины B на сторону AD;
3) длину высоты BK;
4) уравнение диагонали BD;
5) тангенс угла между диагоналями параллелограмма.

Записать общие уравнения найденных прямых. Построить чертеж.

Решение.

Сначала построим чертеж. Построим в прямоугольной декартовой системе координат точки $A(2;-3)$, $B(5;1)$, $C(3;-4)$. Построим отрезки $AB$ и $BC$.

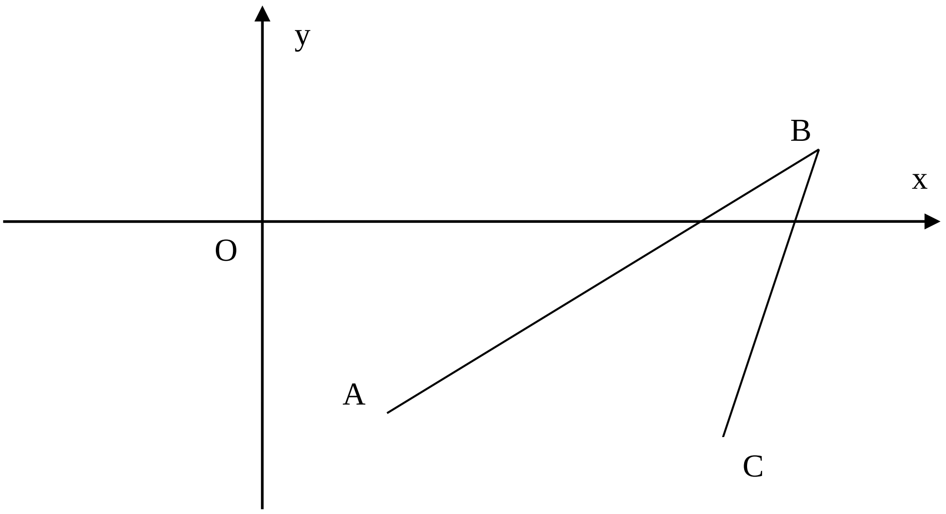



Рис. 1

Достроим полученный рисунок до параллелограмма и нанесем на чертеж высоту ВК.

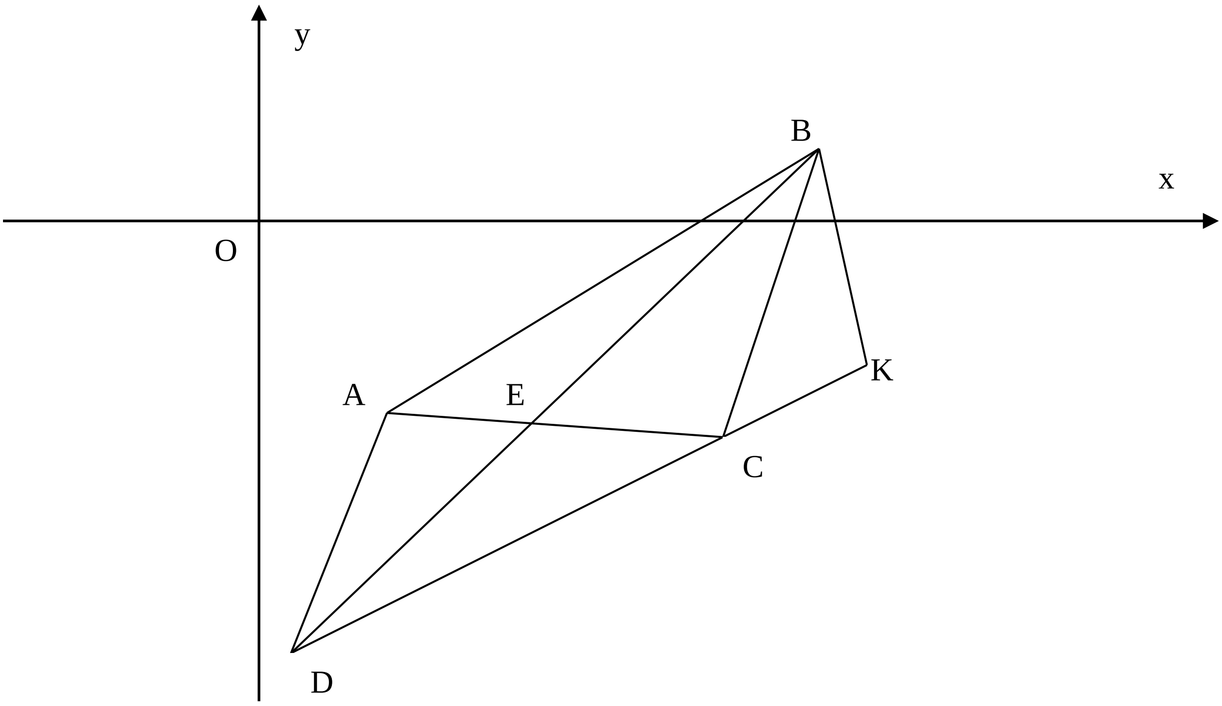



Рис. 2

1) Составим уравнение прямой AD.

а) Предварительно найдем уравнение прямой BC. Уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$, имеет вид

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \qquad (3.1)$$

По условию $B(5;1)$, $C(3;-4)$. Подставим координаты точек $B$ и $C$ в уравнение (3.1): $\frac{x-5}{3-5} = \frac{y-1}{-4-1}$, т.е. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-1}{-5}$.

Запишем полученное уравнение в общем виде, то есть в виде $Ax + By + C = 0$. Для этого в последнем уравнении избавимся от знаменателей $-5(x-5) = -2(y-1)$ и проведем преобразования, перенося все слагаемые в левую часть равенства: $-5x + 2y + 23 = 0$ или $5x - 2y - 23 = 0$.

Из этого уравнения выразим $y$: $-2y = -5x + 23$; $y = \frac{5}{2}x - \frac{23}{2}$. Получили уравнение вида $y = kx + b$ - уравнение с угловым коэффициентом.

б) Воспользуемся тем фактом, что противоположные стороны параллелограмма параллельны. Составим искомое уравнение прямой AD как уравнение прямой, проходящей через точку $A$ параллельно прямой $BC$.

Уравнение прямой, проходящей через данную точку $M(x_0; y_0)$ в данном направлении, имеет вид

$$y - y_0 = k(x - x_0) \qquad (3.2)$$

где направление определяется угловым коэффициентом $k$.

Условие параллельности двух прямых $y = kx + b$ и $y = k_1x + b_1$ имеет вид

$$k = k_1 \qquad (3.3)$$

По условию задачи $A(2;-3)$, прямая $BC$: $y = \frac{5}{2}x - \frac{23}{2}$. Подставим координаты точки $A$ в уравнение (3.2): $y + 3 = k(x-2)$. Так как прямая $AD$ параллельна прямой $BC$, то в силу формулы (3.3) их угловые коэффициенты совпадают. Угловой коэффициент прямой $BC$ равен $\frac{5}{2}$, следовательно, уравнение прямой $AD$ имеет вид $y + 3 = \frac{5}{2}(x-2)$.

Запишем уравнение прямой $AD$ в общем виде. Для этого раскроем скобки и все слагаемые перенесем в левую часть равенства: $-\frac{5}{2}x + y + 8 = 0$. Умножим обе часть равенства на (-2) и получим общее уравнение прямой $AD$: $5x - 2y - 16 = 0$.

Запишем уравнение прямой $AD$ в виде с угловым коэффициентом. Для этого выразим $y$ из общего уравнения: $y = \frac{5}{2}x - 8$.

2) Составим уравнение высоты $BK$, проведенной из вершины $B$ на сторону $AD$ как уравнение прямой, проходящей через точку $B$ перпендикулярно прямой $AD$.

Условие перпендикулярности двух прямых $y = kx + b$ и $y = k_1x + b_1$ имеет вид

$$k = -\frac{1}{k_1} \qquad (3.4)$$

Подставим координаты точки $B$ в уравнение (3.2): $y - 1 = k(x-5)$. Так как высота $BK$ перпендикулярна прямой $AD$, то их угловые коэффициенты связаны соотношением (3.4). Угловой коэффициент прямой $AD$ равен $\frac{5}{2}$, следовательно, угловой коэффициент высоты $BK$ равен $-\frac{2}{5}$ и уравнение прямой $BK$ имеет вид $y - 1 = -\frac{2}{5}(x-5)$. Запишем уравнение высоты $BK$ в общем виде: $2x + 5y - 15 = 0$. Запишем это же уравнение в виде с угловым коэффициентом: $y = -\frac{2}{5}x + 3$.

3) Найдем длину высоты $BK$ как расстояние от точки $B$ до прямой $AD$.

Расстояние $d$ от точки $M_0(x_0; y_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$ представляет собой длину перпендикуляра, опущенного из точки на прямую и определяется формулой

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (3.5)$$

Так как $BK$ перпендикулярна $AD$, то длина $BK$ может быть найдена с помощью формулы (3.5). По условию $B(5;1)$, прямая $AD$ определяется уравнением $5x-2y-16=0$. В силу формулы (3.5) длина высоты $BK$ равна $d=\frac{|5\cdot 5-2\cdot 1-16|}{\sqrt{5^2+(-2)^2}}=\frac{|7|}{\sqrt{25+4}}=\frac{7}{\sqrt{29}}$.

4) Найдем уравнение диагонали $BD$ как уравнение прямой, проходящей через точки $B$ и $E$, где $E$ - середина отрезка $AC$.

а) Если $A(x_1;y_1)$ и $C(x_2;y_2)$, то координаты точки $E(x_0;y_0)$ - середины отрезка $AC$, определяются формулами

$$x_0=\frac{x_1+x_2}{2} \qquad y_0=\frac{y_1+y_2}{2} \qquad (3.6)$$

По условию $A(2;-3)$, $C(3;-4)$. В силу формул (3.6) имеем: $x_0=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$, $y_0=\frac{-3-4}{2}=-\frac{7}{2}$.

Следовательно $E(\frac{5}{2};-\frac{7}{2})$.

б) Так как точка пересечения диагоналей является их серединой, то точка $E$ (середина отрезка $AC$) является точкой пересечения диагоналей и диагональ $BD$ проходит через точку $E$.

Воспользуемся уравнением (3.1). По условию $B(5;1)$, $E(\frac{5}{2};-\frac{7}{2})$. В силу формулы (3.1) уравнение прямой $BE$ (диагонали $BD$) имеет вид: $\frac{x-5}{\frac{5}{2}-5}=\frac{y-1}{-\frac{7}{2}-1}$ или $\frac{x-5}{-\frac{5}{2}}=\frac{y-1}{-\frac{9}{2}}$. Запишем это уравнение в общем виде: $9x-5y-40=0$. Запишем это же уравнение в виде с угловым коэффициентом: $y=\frac{9}{5}x-8$.

5) Найдем тангенс угла между диагоналями $BD$ и $AC$.

а) Найдем уравнение диагонали $AC$ как уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

Воспользуемся уравнением (3.1). По условию $A(2;-3)$, $C(3;-4)$. Следовательно, $\frac{x-2}{3-2}=\frac{y+3}{-4+3}$.

Общее уравнение диагонали $AC$ имеет вид $x+y+1=0$, уравнение с угловым коэффициентом – вид $y=-x-1$, угловой коэффициент $k_1$ прямой $AC$ равен $-1$.

б) Уравнение диагонали $BD$ имеет вид $y=\frac{9}{5}x-8$, ее угловой коэффициент $k_2=\frac{9}{5}$.

в) Тангенс угла $\varphi$ между прямыми $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$ определяется формулой

$$tg\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$$

Следовательно, $tg\varphi=\left|\frac{\frac{9}{5}-(-1)}{1+\frac{9}{5}\cdot(-1)}\right|=\left|\frac{\frac{14}{5}}{-\frac{4}{5}}\right|=\frac{7}{2}$. Отсюда $\varphi=arctg\,\frac{7}{2}$.

**Задача №2.**

2. Условие задачи №2 несколько различается в зависимости от номера варианта контрольной работы. Приведем решения простейших задач, входящих в это задание.

1) Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;3;2)$, $B(-2;1;0)$, $C(4;2;-3)$.
Решение.
Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(x_1;y_1;z_1)$, $B(x_2;y_2;z_2)$, $C(x_3;y_3;z_3)$ имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.7)$$

Тогда уравнение плоскости $ABC$ в силу уравнения (3.7) имеет вид $\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ -2-1 & 1-3 & 0-2 \\ 4-1 & 2-3 & -3-2 \end{vmatrix} = 0$

или $\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ -3 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -5 \end{vmatrix} = 0$.

Запишем полученное уравнение в общем виде, т.е. в виде $Ax+By+Cz+D=0$. Для этого раскроем определитель по первой строке $(x-1)\cdot(10-2)-(y-3)\cdot(15+6)+(z-2)\cdot(3+6)=0$. После преобразований получим: $8x-21y+9z+37=0$.
2) Найти нормальный вектор плоскости $2x+3y-z+5=0$.
Решение.
Нормальный вектор $\overline{N}$ - это вектор, перпендикулярный плоскости. Если плоскость задана общим уравнением $Ax+By+Cz+D=0$, то нормальный вектор имеет координаты $\{A,B,C\}$.

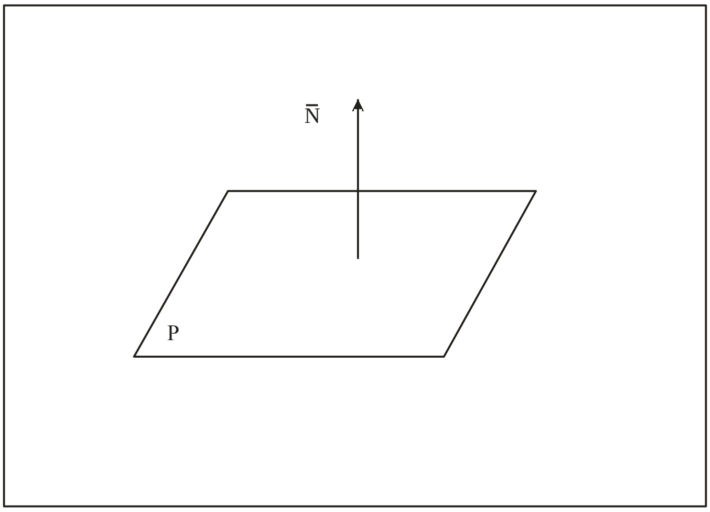


Рис. 3

Для плоскости $2x+3y-z+5=0$ нормальным является вектор $\overline{N}=\{2;3;-1\}$.
Отметим, что любой вектор, коллинеарный вектору $\overline{N}=\{2;3;-1\}$ так же является нормальным вектором плоскости $2x+3y-z+5=0$. Таким образом, при каждом ненулевом $\lambda$ вектор с координатами $\{2\lambda;3\lambda;-\lambda\}$ будет являться нормальным вектором рассматриваемой плоскости.
3) Найти косинус угла между плоскостями $2x-3y+z-4=0$ и $x+5y+4z=0$.
Решение.
Угол $\varphi$ между двумя плоскостями $P_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $P_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ представляет собой угол между их нормальными векторами и определяется равенством

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

Для плоскости $2x-3y+z-4=0$ координаты нормального вектора $\overline{N_1}=\{A_1;B_1;C_1\}$ определяются равенствами $A_1=2$, $B_1=-3$, $C_1=1$. Для плоскости $x+5y+4z=0$ - равенствами $A_2=1$, $B_2=5$, $C_2=4$. Следовательно, $\cos\varphi=\frac{2\cdot1+(-3)\cdot5+1\cdot4}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+5^2+4^2}}=$

$$\frac{2-15+4}{\sqrt{4+9+1}\cdot\sqrt{1+25+16}}=\frac{-9}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{42}}=-\frac{9}{\sqrt{588}}=-\frac{9}{14\sqrt{3}}=-\frac{3\sqrt{3}}{14}.$$

4) Составить уравнение плоскости $P$, проходящей через точку $M_0(1;-2;5)$ параллельно плоскости $P_1$: $2x+3y-z+5=0$.

Решение.

Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(x_0;y_0;z_0)$, имеет вид

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \qquad (3.8)$$

Подставим в уравнение (3.8) координаты точки $M_0$: $A(x-1)+B(y+2)+C(z-5)=0$.

Условие параллельности плоскостей $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ имеет вид

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2} \qquad (3.9)$$

Так как плоскости $P$ и $P_1$ параллельны, то в качестве нормального вектора $\overline{N}$ плоскости $P$ можно взять нормальный вектор $\overline{N_1}=\{2;3;-1\}$ плоскости $P_1$, т.е. в формуле (3.9) отношение $\frac{A}{2}=\frac{B}{3}=\frac{C}{-1}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение плоскости $P_1$ примет вид $2(x-1)+3(y+2)-(z-5)=0$. Запишем это уравнение в общем виде: $2x+3y-z+9=0$.

5) Найти расстояние от точки $M_0(1,3,-2)$ до плоскости $P$: $3x-2y+4z-5=0$.

Решение.

Расстояние $d$ от точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ до плоскости $P: Ax+By+Cz+D=0$ представляет собой длину перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость, и определяется формулой

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \qquad (3.10)$$

Для плоскости $3x-2y+4z-5=0$ координаты нормального вектора $\overline{N}=\{A;B;C\}$ определяются равенствами $A=3$, $B=-2$, $C=4$. Следовательно,

$$d=\frac{|3\cdot1-2\cdot3+4\cdot(-2)-5|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2}}=\frac{|-16|}{\sqrt{9+4+16}}=\frac{16}{\sqrt{29}}.$$

6) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1;-2;3)$ и $M_2(3;1;2)$.

Решение.

Уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(x_1;y_1;z_1)$ и $M_2(x_2;y_2;z_2)$ имеют вид

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1} \qquad (3.11)$$

Так как $M_1(1;-2;3)$, $M_2(3;1;2)$, то в силу (3.11) получим уравнения $\frac{x-1}{3-1}=\frac{y+2}{1+2}=\frac{z-3}{2-3}$ или $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-1}$.

7) Найти направляющий вектор прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$.

Решение.

Направляющий вектор $\bar{s}$ - это вектор, параллельный прямой.

Если прямая задана каноническими уравнениями $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$, то направляющий вектор $\bar{s}$ имеет координаты $\{p;q;r\}$.

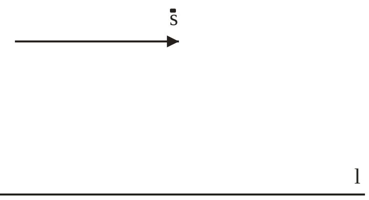



Рис. 4

Для рассматриваемой прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$ направляющим вектором является вектор $\bar{s}=\{2;3;-2\}$.

Отметим, что любой вектор, коллинеарный вектору $\bar{s}=\{2;3;-2\}$ так же является направляющим вектором прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$. Таким образом, при каждом ненулевом $\lambda$ вектор с координатами $\{2\lambda;3\lambda;-2\lambda\}$ будет являться направляющим вектором рассматриваемой прямой.

8) Найти косинус угла между прямыми $\frac{x-7}{2}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-5}{3}$ и $\frac{x+5}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-6}{1}$.

Решение.

Угол $\varphi$ между двумя прямыми $l_1:\frac{x-x_1}{p_1}=\frac{y-y_1}{q_1}=\frac{z-z_1}{r_1}$ и $l_2:\frac{x-x_2}{p_2}=\frac{y-y_2}{q_2}=\frac{z-z_2}{r_2}$ представляет собой угол между их направляющими векторами и определяется равенством

$$\cos\varphi=\frac{p_1p_2+q_1q_2+r_1r_2}{\sqrt{p_1^2+q_1^2+r_1^2}\cdot\sqrt{p_2^2+q_2^2+r_2^2}}$$

Для прямой $\frac{x-7}{2}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-5}{3}$ координаты направляющего вектора $\bar{s}_1=\{p_1;q_1;r_1\}$ определяются равенствами $p_1=2$, $q_1=-2$, $r_1=3$. Для прямой $\frac{x+5}{3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-6}{1}$ - равенствами $p_2=3$, $q_2=-4$, $r_2=1$. Значит,

$$\cos\varphi=\frac{2\cdot3+(-2)\cdot(-4)+3\cdot1}{\sqrt{2^2+(-2)^2+3^2}\cdot\sqrt{3^2+(-4)^2+1^2}}=\frac{6+8+3}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{26}}=\frac{17}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{26}}=\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{26}}.$$

9) Составить канонические уравнения прямой $l$, проходящей через точку $M_0(3;2;-1)$ параллельно прямой $l_1:\frac{x-5}{4}=\frac{y+7}{-2}=\frac{z-6}{3}$

Решение.

Канонические уравнения прямой имеют вид $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$. Здесь $(x_0;y_0;z_0)$ - координаты точки, через которую проходит прямая.

В канонические уравнения прямой $l$ подставим координаты точки $M_0$. Получим: $\frac{x-3}{p}=\frac{y-2}{q}=\frac{z+1}{r}$.

Условие параллельности прямых $\frac{x-x_1}{p_1}=\frac{y-y_1}{q_1}=\frac{z-z_1}{r_1}$ и $\frac{x-x_2}{p_2}=\frac{y-y_2}{q_2}=\frac{z-z_2}{r_2}$ имеет вид

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{q_1}{q_2}=\frac{r_1}{r_2} \qquad (3.12)$$

Так как прямые $l$ и $l_1$ параллельны, то в качестве направляющего вектора $\bar{s}$ прямой $l$ можно взять направляющий вектор $\bar{s}_1=\{4;-2;3\}$ прямой $l_1$, т.е. в формуле (3.12) отношение $\frac{p}{4}=\frac{q}{-2}=\frac{r}{3}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение прямой $l$ примет вид $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

10) Найти угол между прямой $l:\ \frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $P:\ 2x-y+3z-4=0$.

Решение.

Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость. Угол $\varphi$ между прямой и плоскостью равен $\frac{\pi}{2}-\psi$, где $\psi$ - угол между направляющим вектором $\bar{s}$ прямой и нормальным вектором $\bar{N}$ плоскости.

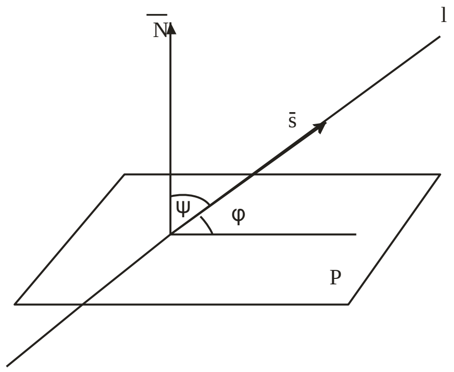



Рис. 5

Угол $\varphi$ между прямой $l:\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ и плоскостью $P: Ax+By+Cz+D=0$ определяется формулой

$$\sin\varphi=\frac{Ap+Bq+Cr}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$$

Для плоскости $P:\ 2x-y+3z-4=0$ координаты нормального вектора $\bar{N}=\{A;B;C\}$ определяются равенствами $A=2$, $B=-1$, $C=3$. Для прямой $l:\ \frac{x-1}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-4}{-1}$ координаты направляющего вектора $\bar{s}=\{p;q;r\}$ - равенствами $p=5$, $q=3$, $r=-1$. Синус угла между прямой и плоскостью равен $\sin\varphi=\frac{2\cdot5+(-1)\cdot3+3\cdot(-1)}{\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}\cdot\sqrt{5^2+3^2+(-1)^2}}=\frac{4}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{35}}=\frac{4}{\sqrt{490}}$. Следовательно, $\varphi=\arcsin\frac{4}{\sqrt{490}}$.

11) Составить уравнение плоскости $P$, проходящей через точку $M_0(1,-2,-3)$ перпендикулярно прямой $l$: $\frac{x-3}{4}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-0}{-2}$.

Решение.

Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, имеет вид $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Подставим в указанное уравнение координаты точки $M_0$. Получим: $A(x-1)+B(y+2)+C(z+3)=0$.

Условие перпендикулярности плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ и прямой $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ имеет вид

$$\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{C}{r} \qquad (3.13)$$

Так как искомая плоскость $P$ перпендикулярна прямой $l$, то в качестве нормального вектора $\overline{N}$ плоскости можно взять направляющий вектор $\overline{s}=\{4,1,-2\}$ прямой $l$, т.е. в формуле (3.13) отношение $\frac{A}{4}=\frac{B}{1}=\frac{C}{-2}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение плоскости $P$ примет вид $4\cdot(x-1)+1\cdot(y+2)+(-2)\cdot(z+3)=0$. Запишем это уравнение в общем виде: $4x+y-2z-8=0$.

12) Составить канонические уравнения прямой $l$, проходящей через точку $M_0(5;-3;2)$ перпендикулярно плоскости $P$: $x+4y-z=0$.

Решение.

Канонические уравнения прямой, проходящей через данную точку, имеют вид $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$.

Подставим в эти уравнения координаты точки $M_0$. Получим: $\frac{x-5}{p}=\frac{y+3}{q}=\frac{z-2}{r}$

Условие перпендикулярности прямой $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ имеет вид $\frac{A}{p}=\frac{B}{q}=\frac{C}{r}$.

Так как прямая $l$ перпендикулярна плоскости $P$, то в качестве направляющего вектора $\overline{s}$ прямой $l$ можно взять нормальный вектор $\overline{N}=\{1;4;-1\}$ плоскости $P$, т.е. в формуле (3.13) отношение $\frac{1}{p}=\frac{4}{q}=\frac{-1}{r}$ можно принять равным единице. Следовательно, уравнение прямой $l$ примет вид: $\frac{x-5}{1}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-2}{-1}$.

13) Найти координаты точки пересечения прямой $l$: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{1}$ и плоскости $P$: $x+2y-z+5=0$.

Решение.

Координаты точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ пересечения прямой $\begin{cases} x=x_0+pt \\ y=y_0+qt \\ z=z_0+rt \end{cases}$ и плоскости $Ax+By+Cz+D=0$ представляют собой решение системы

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ x = x_0 + pt \\ y = y_0 + qt \\ z = z_0 + rt \end{cases} \qquad (3.14)$$

Запишем параметрические уравнения прямой $l: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ и подставим выражения для $x, y, z$ в уравнение плоскости $P$: $(1+2t) + 2 \cdot 3t - (-1+t) + 5 = 0$. Отсюда $7t + 7 = 0$; $t = -1$. Подставим найденное значение $t$ в параметрические уравнения прямой $l: \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \\ z = -2 \end{cases}$. Следовательно, $M_0(-1;-3;-2)$.

**Задача №3.**

К кривым второго порядка относятся эллипс (рис.6), гипербола (рис. 7 и 8), парабола (рис. 9-12). Приведем рисунки и канонические уравнения этих кривых.

Эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

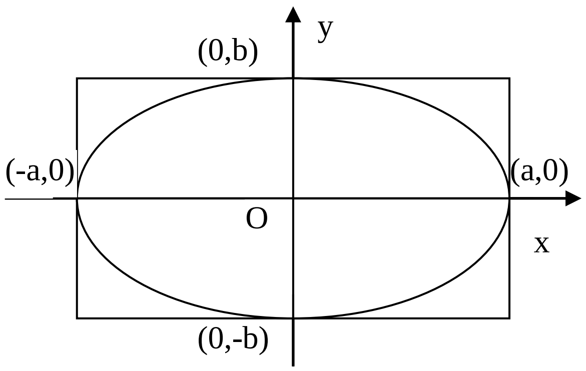



Рис. 6

Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

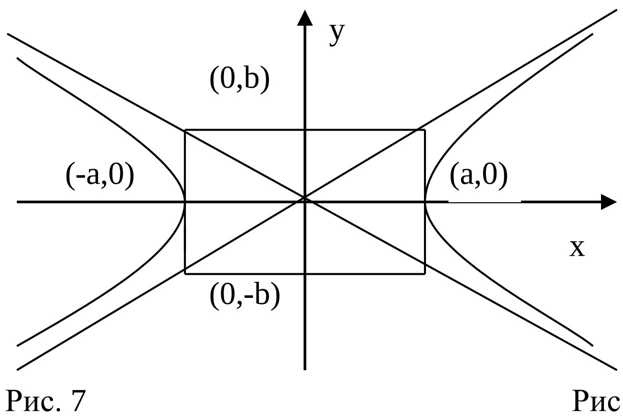



Рис. 7

Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$.

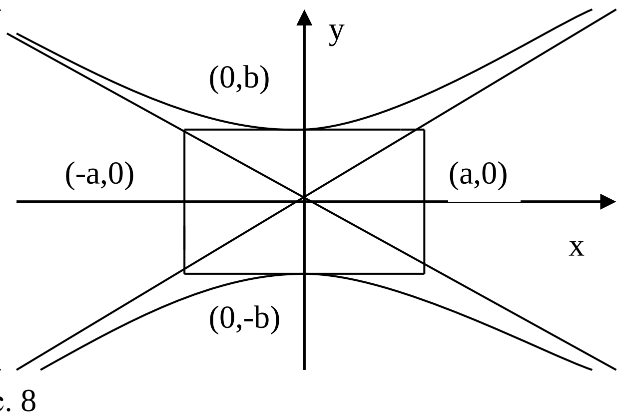



Рис. 8

Парабола $y^2 = 2px$

Парабола $y^2 = 2px$

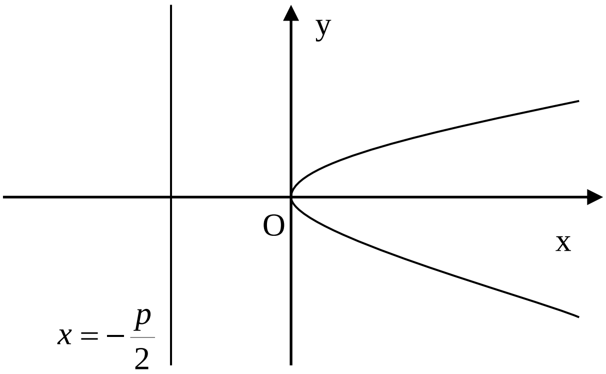



Рис. 9

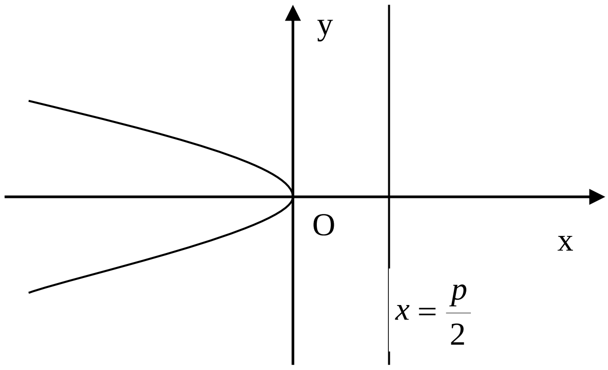



Рис. 10

Парабола $x^2 = 2py$

Парабола $x^2 = -2py$

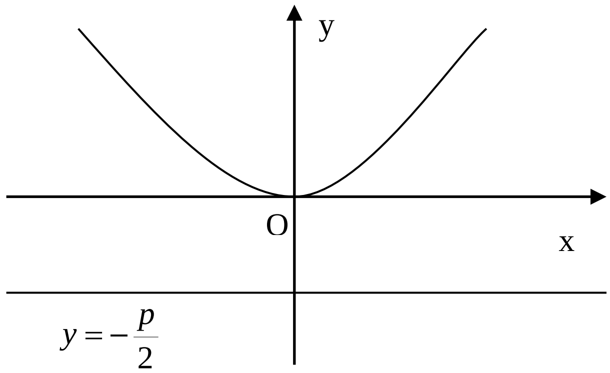
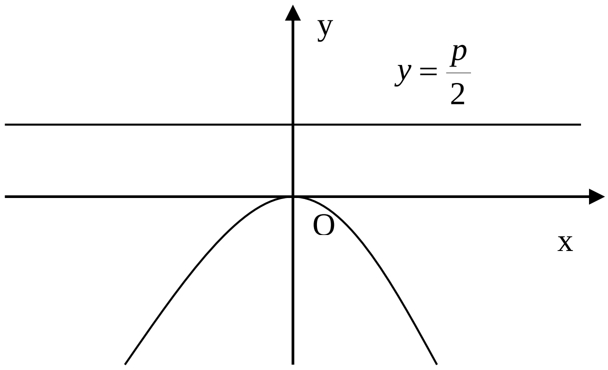



Рис. 11




Приведем примеры решения задачи №3.

Пример 1. Привести уравнение кривой второго порядка $4x^2+y^2+16x-2y-8=0$ к каноническому виду и построить кривую.

Решение.

Для приведения уравнения кривой второго порядка к каноническому виду применяют метод выделения полного квадрата.

Сгруппируем слагаемые, содержащие текущие координаты. Коэффициенты при $x^2$ и $y^2$ вынесем за скобки: $4(x^2+4x)+(y^2-2y)-8=0$.

Выделим полный квадрат: $4(x^2+4x+4)+(y^2-2y+1)-8-16-1=0$. Отсюда $4(x+2)^2+(y-1)^2=25$. Разделим обе части равенства на 25: $\frac{4(x+2)^2}{25}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$. Запишем полученное уравнение в каноническом виде: $\frac{(x+2)^2}{25/4}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$.

Выполним параллельный перенос осей координат по формулам $\begin{cases} X=x-x_0 \\ Y=y-y_0 \end{cases}$. При таком преобразовании начало координат переносится в точку $(x_0,y_0)$, уравнение эллипса принимает канонический вид $\frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}=1$.

В нашем примере $x_0=-2$, $y_0=1$, $a=\frac{5}{2}$, $b=5$.

Итак, рассматриваемое уравнение определяет эллипс с центром в точке $C(-2;1)$ и полуосями $\frac{5}{2}$ и $5$.

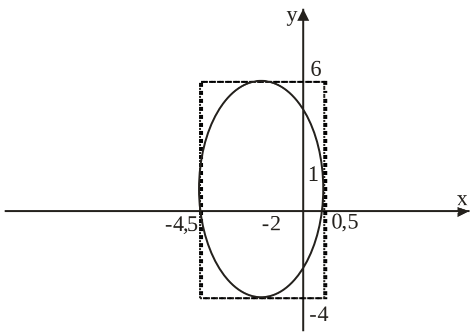



Рис. 13

**Задача №4.**

Кривая задана в полярной системе координат уравнением $\rho = 1 + \cos\varphi$.

Требуется:

1) найти точки, лежащие на кривой, давая $\varphi$ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
2) построить полученные точки;
3) построить кривую, соединив построенные точки (от руки или с помощью лекала);
4) составить уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

**Решение.**

Сначала построим таблицу значений $\varphi$ и $\rho$:

| $\varphi$ | 0 | $\frac{\pi}{8}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{8}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{8}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{7\pi}{8}$ | $\pi$ | $\frac{9\pi}{8}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{8}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{13\pi}{8}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{15\pi}{8}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\rho$ | 2,00 | 1,92 | 1,71 | 1,38 | 1,00 | 0,62 | 0,29 | 0,08 | 0,00 | 0,08 | 0,29 | 0,62 | 1,00 | 1,38 | 1,71 | 1,92 |

Построим эти точки в полярной системе координат. Полярная система координат состоит из начала координат $O$ (полюса) и полярной оси $OP$. Координаты точки $M$ в полярной системе координат определяются расстоянием $\rho$ от полюса (полярным радиусом) и углом $\varphi$ между направлением полярной оси и полярным радиусом (полярным углом). Для того, чтобы построить точку $M$, необходимо построить луч, выходящий из точки $O$ под углом $\varphi$ к полярной оси; отложить на этом луче отрезок длиной $\rho$.

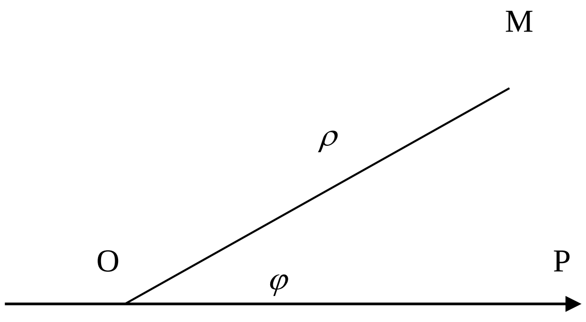



Рис. 14

Построим все точки, определенные в таблице и соединим их плавной линией

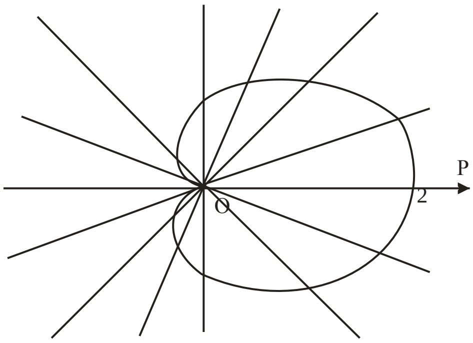



Рис. 15

Запишем уравнение рассматриваемой кривой в прямоугольной декартовой системе координат. Для этого воспользуемся формулами перехода от декартовой к полярной системе координат.

Если полюс совпадает с началом координат прямоугольной декартовой системы координат, полярная ось – с осью абсцисс, то между прямоугольными декартовыми координатами $(x; y)$ и полярными координатами $(\rho;\varphi)$ существует следующая связь:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}, \qquad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ tg\varphi = \dfrac{y}{x} \end{cases}$$

Откуда

$$\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

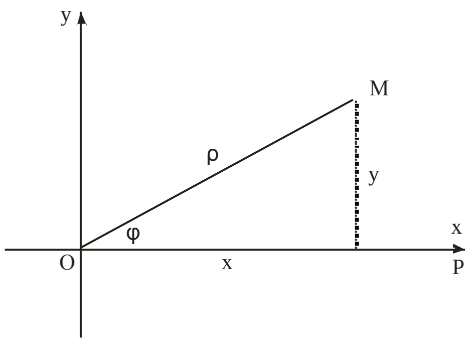



Рис. 16

Итак, в уравнении исходной кривой $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos\varphi = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. Поэтому уравнение $\rho = 1 + \cos\varphi$ принимает вид $\sqrt{x^2 + y^2} = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. После преобразований получим уравнение $x^2 + y^2 = \sqrt{x^2 + y^2} + x$.

### Задача №5.

Построить на плоскости геометрическое место точек, определяемое неравенствами

1) $\begin{cases} 1 \le x \le 2 \\ y^2 \le 2x \\ y \ge 0 \end{cases}$

2) $-\sqrt{36 - (x+3)^2} \le y - 3 \le 0$

**Решение.**

Для того, чтобы решить неравенство $F(x,y) \ge 0$ на плоскости, надо построить график линии $F(x,y)=0$. Кривая $F(x;y)=0$ разбивает плоскость на части, в каждой из которых выражение $F(x;y)$ сохраняет свой знак. Выбирая пробную точку в каждой из этих частей, найдем часть плоскости, являющуюся искомым решением неравенства.

1) Построим прямые $x=1$ и $x=2$, заштрихуем область, в которой $1 \le x \le 2$. Затем построим параболу $y^2 = 2x$ и заштрихуем область, содержащую ось симметрии параболы (расположенную внутри параболы); построим прямую $y=0$ и заштрихуем область, лежащую выше прямой. Пересечение всех заштрихованных областей и определит множество точек, представляющих решение рассматриваемой системы.

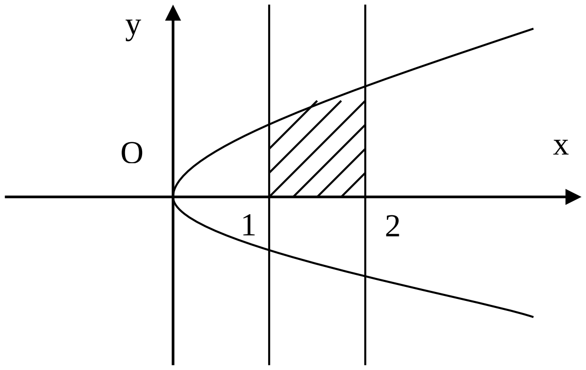



Рис. 17

2) Построим линию, определяемую уравнением $y-3=-\sqrt{36-(x+3)^2}$. Эта линия представляет собой ту часть окружности $(y-3)^2 = 36-(x+3)^2$ или $(x+3)^2+(y-3)^2=36$, на которой $y-3 \le 0$. Далее построим прямую $y-3=0$ ($y=3$). Решением рассматриваемого двойного неравенства является часть плоскости, расположенная между нижней половиной окружности $(x+3)^2+(y-3)^2=36$ с центром в точке $(-3{,}3)$ радиуса $6$ прямой $y=3$.

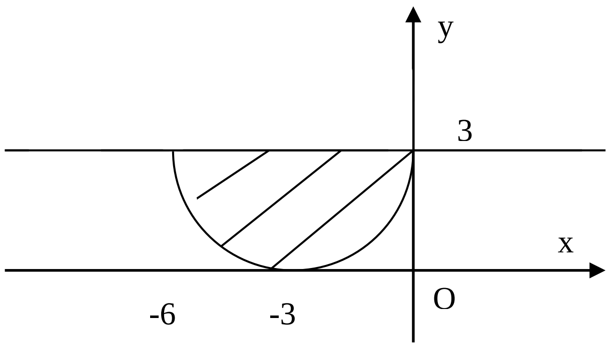



Рис. 18

### 3.5 Тестовые задания

По дисциплине «Прикладная математика по технологии перерабатывающих производств в АПК» предусмотрено проведение письменного тестирования.

**Цель тестирования:** выявить уровень знаний обучающихся, оценить степень усвоения ими учебного курса, а также стимулировать активность их познавательной деятельности.

Письменное тестирование проводится после изучения определенного раздела дисциплины.

– результаты тестирования учитываются при проведении промежуточной аттестации. Банк тестовых заданий содержит 5 вариантов по 12 заданий.

Пример тестового задания

## Тест№1
## «Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия».

| | |
|---|---|
| 1. При каком значении x $\begin{vmatrix} 3 & 8 & -9 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & x & 2 \end{vmatrix} = 30$ | 1) x=0 2) x=-1 3) x=4 4) x=-2 |
| 2. Вычислить $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = ?$ | 1) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. 2) $\begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$. 3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$. 4) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$. |
| 3. Вычислить ранг матрицы A, если: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ | 1) 1. 2) 3. 3) 0. 4) 2. |
| 4. Вычислить $B=A^{-1}C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 17 & -5 \\ 24 & -17 \end{pmatrix}$. | 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 17 & 21 \end{pmatrix}$. |
| 5. Решить систему и в ответе указать сумму решений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 = -6 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$ | 1)1;2)3;3)-3;4)5;5)-1 |
| 6. При каком значении λ система совместна: $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 8 \\ 4x_1 - 2x_2 = \lambda \end{cases}$ | 1) λ=0; 2) λ=12; 3) λ=16; 4) при любом |
| 7. Вычислить периметр треугольника ABC, если: A(7;-3) B(12;9) C(6;1) | 1) $3+\sqrt{6}$ ; 2) $23+\sqrt{17}$ ; 3) 24; 4) $17-\sqrt{8}$ . |
| 8. Указать прямоугольные координаты точки M с полярными координатами $(2;-\frac{\pi}{3})$ | 1) $(1;-\sqrt{3})$; 2) $(0;\frac{\pi}{3})$; 3) (4;2); 4) $(1;-\frac{\sqrt{3}}{2})$. |
| 9. Указать уравнение прямой проходящей через точку M(1;2) и имеющий угловой коэффициент к=1 | 1) y=x-4; 2) y=x+1; 3) y=4x-2; 4)y=x-2. |
| 10. Указать расположение прямых 3x+5y-9=0 и 10x-6y+4=0 | 1) перпендикулярны; 2)пересекаются; 3)параллельны; 4)совпадают. |
| 11. Написать каноническое уравнение эллипса, если: 2c=8, b=3 | 1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$; 2) $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{9}=1$; 3) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$; 4) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{3}=1$. |
| 12. Указать уравнение прямой проходящей через точки: A(1;-2;-1) и B(3;0;4) | 1) $\frac{x-2}{4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-6}{-1}$; 2) $\frac{x-4}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{4}$; 3) $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{5}$; 4) $\frac{x-1}{6}=\frac{z}{7}$. |

**Тематика вопросов, выносимых на зачет**

**1-ый курс**

1. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
2. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения.
3. Методы вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
4. Матрицы. Квадратная, прямоугольная, единичная матрицы. Сложение, вычитание, умножение матрицы на число.
5. Произведение матриц. Условие, при котором возможно умножение матриц.
6. Обратная матрица.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
10. Прямоугольная и полярная системы координат на плоскости. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.
11. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
12. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
13. Кривые второго порядка
14. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей
15. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
16. Функция, область определение и область значений. Простейшие элементальные функции. Способы задания функции.
17. Предел функции. Односторонние пределы.
18. Теоремы о пределах.
19. Замечательные пределы.
20. Эквивалентные бесконечно малые. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых.
21. Непрерывность функции в точке и на множестве точек. Теоремы о непрерывных функциях.
22. Точки разрыва функции и их квалификация.
23. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.
24. Производная функции. Её геометрический и механический смысл.
25. Основные правила и формулы дифференцирования.
26. Сложная функция и её производная.
27. Неявная функция и её производная.
28. Параметрически заданная функция и её производная.
29. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Приложение дифференциала к приближённым вычислениям.
30. Производные и дифференциалы высших порядков.
31. Теорема Роля, Лагранжа, Коши.
32. Правило Лопиталя.
33. Формула Тейлора.
34. Условия монотонности функции. Экстремумы функции.
35. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
36. Асимптоты функции (вертикальные, горизонтальные, наклонные).
37. Первообразная функция и неопределенный интеграл, его геометрический смысл.
38. Свойства неопределённого интеграла.
39. Таблица интегралов некоторых функций.
40. Метод подстановки (замены переменной) в неопределенном интеграле.
41. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
42. Интегрирование рациональных дробей.
43. Понятие определённого интеграла и его геометрический смысл.

44. Свойства определённого интеграла.
45. Формула Ньютона-Лейбница.
46. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
47. Несобственные интегралы 1-го рода.
48. Несобственные интегралы 2-го рода.

## Тематика вопросов, выносимых на экзамен

### 2-ой курс

1. Дифференциальные уравнения. Общие понятия: порядок уравнения, решение, общее и частное решения
2. Дифференциальные уравнения 1 го порядка. Теорема Коми и следствия из неё
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2го порядка с постоянными коэффициентами
5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2 го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения. Нахождение частного решения.
6. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения.
7. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Примеры.
8. Случайные события и их классификация
9. Относительная частота случайного события и статистическое определение вероятности
10. Классическое определение вероятности. Непосредственный подсчёт вероятности.
11. Понятие суммы и произведения событий
12. Несовместимые события. Теорема сложения вероятностей несовместимых событий и следствия из неё.
13. Совместные события. Теорема сложения вероятностей совместных событий
14. Независимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий
15. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий
16. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли
17. Локальная и интегральная формулы Лапласа
18. Формула Пуассона, условия её применения
19. Понятие случайной величины, закон её распределения
20. Дискретная случайная величина. Ряд распределения, многоугольник разделения
21. Функция распределения F(x) и её свойства
22. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятности f(x) и её свойства. Кривая распределения.
23. Числовые характеристики дискретной и непрерывной случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение)
24. Свойства математического ожидания и дисперсии
25. Биномиальное распределение дискретной случайной величины, его числовые характеристики
26. Равномерное распределение непрерывной случайной величины, его числовые характеристики
27. Нормальное распределение непрерывной случайной величины, определение, вид кривой Гаусса, свойства кривой.
28. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал. Правило 3-х сигм
29. Генеральная и выборочная совокупность. Выборочный метод. Повторная, бесповторная, репрезентативная выборки
30. Статистический и вариационный ряды. Варианты, частоты, относительные частоты
31. Статистическое распределение выборки. Полигон.

32. Эмпирическая функция распределения $F^{*}(x)$. Её свойства
33. группированное статистическое распределение. Построение гистограммы
34. Числовые характеристики выборки
35. Точечные оценки числовых характеристик и их свойства
36. Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения генеральной совокупности
37. Интервальные оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал
38. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности
39. Функциональная и корреляционная зависимости между случайными величинами
40. Основные задачи теории корреляции
41. Коэффициент корреляции и его свойства
42. Линейная корреляция. Определение параметров прямой регрессии методом квадратов.

## 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

### 4.1. Критерии оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Компетенция сформирована на «отлично», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 86 % до 100 % от уровня сформированности компетенции.

Компетенция сформирована на «хорошо», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 74 % до 85 % от уровня сформированности компетенции.

Компетенция сформирована на «удовлетворительно», если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками от 60 % до 73 % от уровня сформированности компетенции.

Если обучающийся демонстрирует знания, умения и владение навыками ниже 60 % от уровня сформированности компетенции, компетенция считается не сформированной.

### 4.2. Критерии оценки устного ответа при текущем контроле и промежуточной аттестации

При ответе на вопрос обучающийся демонстрирует:

**знания:** основные понятия и методы интегрального исчисления, теории вероятности, математической статистики;

**умения:** применять изученные понятия и методы интегрального исчисления, теории вероятности, математической статистики для решения типовых задач;

**владение навыками:** математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

**Критерии оценки[**]**

| | |
|---|---|
| **отлично** | обучающийся демонстрирует:<br>– знание материала (методов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференци- |

| | |
|---|---|
| | альных уравнений; теории вероятностей и математической статистики), практики применения материала, исчерпывающе и последовательно, четко и логично излагает материал, хорошо ориентируется в материале, не затрудняется с ответом при видоизменении заданий;<br>– умение (*решать задачи по математическому анализу, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, в понятиях и методах теории функций многих переменных и дифференциальных уравнений;* теории вероятностей и математической статистики), используя современные методы и показатели такой оценки; |
| **хорошо** | обучающийся демонстрирует:<br>– знание материала, не допускает существенных неточностей;<br>– в целом успешное, но содержащие отдельные пробелы, умение (указываются конкретные умения в зависимости от специфики дисциплины), используя современные методы и показатели такой оценки;<br>– в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы или сопровождающееся отдельными ошибками владение навыками методы и приемы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления,) |
| **удовлетворительно** | обучающийся демонстрирует:<br>– знания только основного материала, но не знает деталей, допускает неточности, допускает неточности в формулировках, нарушает логическую последовательность в изложении программного материала;<br>– в целом успешное, но не системное умение (применять приемы и методы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач), используя современные методы и показатели оценки оценки в зависимости от специфики дисциплины); |
| **неудовлетворительно** | обучающийся:<br>– не знает значительной части программного материала, плохо ориентируется в материале (линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления для решения учебных задач), не знает практику применения материала, допускает существенные ошибки;<br>– не умеет использовать методы и приемы (линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального исчисления, теории вероятностей и математической статистики для решения учебных задач), допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет самостоятельную работу, большинство заданий, предусмотренных программой дисци- |

| | |
|---|---|
| | плины, не выполнено; |

### 4.3. Критерии оценки для письменного опроса

При письменном опросе обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала для решения ситуационных задач;

**умения:** решать ситуационные задачи

**владение навыками:** анализа изучаемой ситуации.

**Критерии оценки письменного опроса**

| | |
|---|---|
| **отлично** | ответ на вопросы задачи дан правильно. Объ-яснение хода её решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями (в том числе из лекционного кур-са); ответы на дополнительные вопросы верные, чёткие, протокол заполнен.<br>– |
| **хорошо** | – ответ на вопросы задачи дан правильно. Объ-яснение хода её решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании (в том числе из лекционного материа-ла); ответы на дополнительные вопросы верные, но недостаточно чёткие. |
| **удовлетворительно** | – ответы на вопросы задачи даны правильно. Объяснение хода ее решения недостаточно полное, не-последовательное, с ошибками, слабым теоретическим обосновани-ем (в том числе лекционным материалом); ответы на дополнитель-ные вопросы недостаточно четкие, с ошибками в деталях, протокол заполнен частично или с ошибками. |
| **неудовлетворительно** | – ответы на вопросы задачи даны неправильно. Объяснение хода её решения дано неполное, непо-следовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обосно-вания; ответы на дополнительные вопросы неправильные (отсут-ствуют), протокол не заполнен или содержит ошибки, неточности. |

### 4.4. Критерии оценки доклада

Критериями оценки доклада являются: новизна материала, обоснованность выбора источников литературы, степень раскрытия сущности вопроса,

При устном докладе обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала для раскрытия сущности вопроса, источников литературы;

**умения:** раскрыть сущность изучаемого вопроса;

**владение навыками:** анализа и выводов изучаемой проблемы.

**Критерии оценки устного доклада**

| | |
|---|---|
| **отлично** | обучающийся демонстрирует:<br>- знание материала (материал систематизирован и структурирован; сделаны обобщения и сопоставления различных точек зрения по рассматриваемому вопросу, сделаны и аргументированы основные выводы, отчетливо видна самостоятельность суждений, основные понятия проблемы изложены полно и глубоко)<br>- грамотность и культура изложения;<br>- дает правильные ответы на вопросы аудитории при презентации доклада |
| **хорошо** | обучающийся демонстрирует:<br>- знание материала (материал систематизирован и структурирован; |

| | |
|---|---|
| | сделаны обобщения и сопоставления различных точек зрения по рассматриваемому вопросу, сделаны и аргументированы основные выводы)<br>- дает неточные ответы на вопросы аудитории при презентации доклада |
| **удовлетворительно** | обучающийся демонстрирует:<br>- неполное знание материала (в материале представлена одна точка зрения, отсутствует самостоятельность суждений)<br>- не отвечает на вопросы аудитории при презентации доклада |
| **неудовлетворительно** | обучающийся:<br>– не выполнил доклад |

### 4.5. Критерии оценки выполнения контрольных работ

При выполнении контрольных работ обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала по изученной теме или разделу**;**

**умения:** применять теоретический материал для решения учебных задач;

**владение навыками:** математическими методами в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

**Критерии оценки выполнения контрольных работ**

| | |
|---|---|
| **отлично** | обучающийся демонстрирует:<br>– полностью выполненную работу; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала); |
| **хорошо** | обучающийся демонстрирует:<br>– полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки). |
| **удовлетворительно** | обучающийся демонстрирует:<br>– работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями. |
| **неудовлетворительно** | обучающийся:<br>– допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере. |

### 4.6. Критерии оценки выполнения типовых расчетов

При выполнении типовых расчетов обучающийся демонстрирует:

**знания:** теоретического материала по изученной теме или разделу**;**

**умения:** применять теоретический материал для решения учебных задач;

**владение навыками:** в решении задач, возникающих в профессиональной практике и научно-исследовательской деятельности

**Критерии оценки выполнения типовых расчетов**

| | |
|---|---|
| **отлично** | обучающийся демонстрирует:<br>– полностью выполненную работу; в логических рассуждениях |

| | |
|---|---|
| | и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала); |
| **хорошо** | обучающийся демонстрирует:<br>– полностью выполненную работу, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки). |
| **удовлетворительно** | обучающийся демонстрирует:<br>– работу, где допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями. |
| **неудовлетворительно** | обучающийся:<br>– допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере. |

### 4.7. Критерии оценки выполнения тестовых заданий

При выполнении тестовых заданий обучающийся демонстрирует:

**знания:** основных математических понятий и методов изучаемой темы или раздела.

**Критерии оценки выполнения тестовых заданий**

| | |
|---|---|
| **отлично** | обучающийся демонстрирует:<br>– правильность ответов не менее чем 85 % тестовых заданий; |
| **хорошо** | обучающийся демонстрирует:<br>– правильность ответов не менее чем 70 % тестовых заданий; |
| **удовлетворительно** | обучающийся демонстрирует:<br>– правильность ответов не менее 51 % тестовых заданий; |
| **неудовлетворительно** | обучающийся:<br>– правильность ответов менее чем на 50 % тестовых заданий. |

***Разработчик(и): доцент, Кириллова Т.В.*** Кир ______________
(подпись)